

MÉCANIQUE DES FLUIDES

En 2014, la première hydrolienne fluviale de France a été mise à l'eau dans la Loire à hauteur du centre-ville d'Orléans. Après 10 mois de tests, elle a été raccordée au réseau électrique fin 2015. Ce problème étudie l'écoulement dans un canal, une méthode de mesure du débit de cet écoulement puis le principe d'une hydrolienne à flux axial.



Partie I

DEVERSOIR A SEUIL MINCE EN CANAL OUVERT

On considère un canal à fond plat dans lequel circule de l'eau assimilée à un fluide parfait de masse volumique ρ dont l'écoulement est irrotationnel et stationnaire. Loin en amont du déversoir, on note $\vec{v}_1 = \vec{v}(M_1) = v_1 \vec{u}_x$ la vitesse du fluide et h la profondeur d'eau. Le déversoir à seuil mince consiste en une plaque métallique étroite, de hauteur H (appelée « pelle ») (voir figure 1). L'ensemble a une largeur B suivant \vec{u}_y . On note $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ l'accélération de la pesanteur. On fait de plus les hypothèses suivantes

- les lignes de courant du fluide sont supposées horizontales dans la section verticale passant par la pelle : $\vec{v}_2 = \vec{v}(M_2) = v_2(z) \vec{u}_x$;
- la pression au sein du fluide dans la section de la pelle est assimilée à la pression atmosphérique P_0 ;
- le débit est faible : $h - H \ll H$.

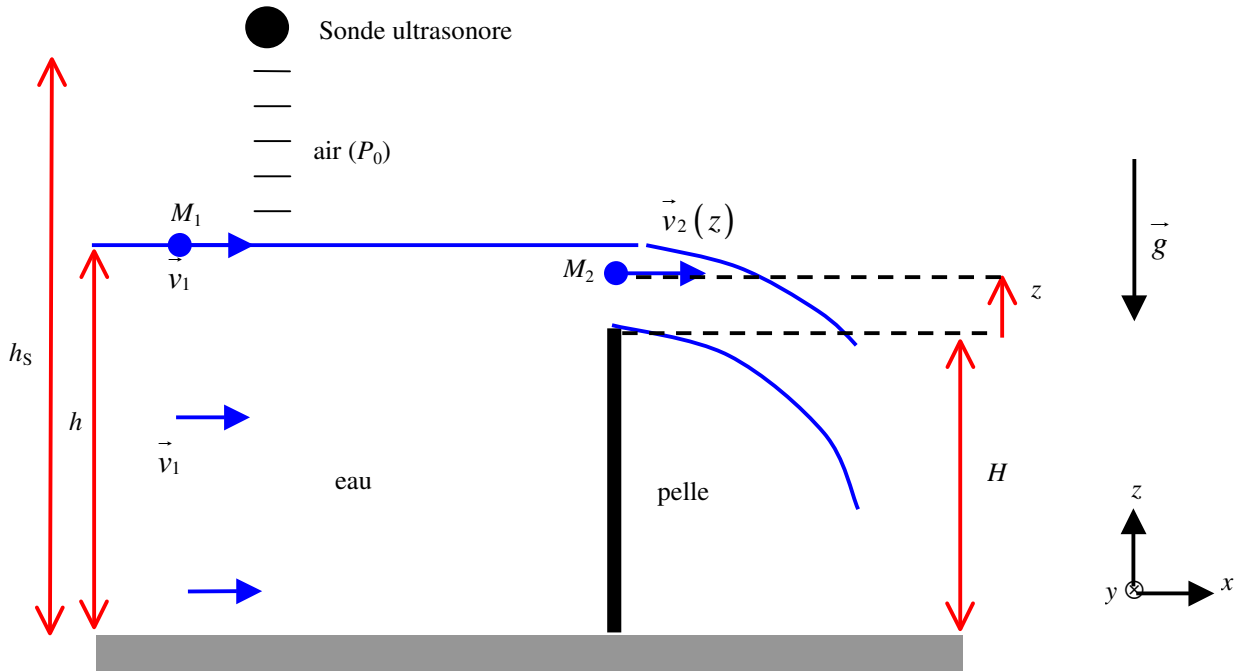


Figure 1 : Déversoir en canal ouvert (vue de côté)

I-1- a) En utilisant le débit volumique, montrer que $v_{2,MAX} \gg v_1$ où $v_{2,MAX}$ est la valeur maximale de $v_2(z)$.

On supposera par la suite que $\forall z, v_2(z) \gg v_1$.

b) Exprimer la vitesse $v_2(z)$ au point M_2 en fonction de g, h, H et z .

I-2) En déduire que le débit volumique Q peut s'écrire sous la forme $Q = A(h-H)^{3/2}$ où A est une constante que l'on exprimera en fonction de B et g .

I-3) On mesure la hauteur h du fluide en amont grâce à une sonde utilisant des ondes ultrasonores. Cette sonde émet une impulsion, puis mesure le décalage temporel Δt de l'impulsion réfléchiée par la surface des eaux.

Exprimer h en fonction de la hauteur h_s à laquelle est fixée la sonde, de la vitesse c des ondes ultrasonores dans l'air et de t . Pourquoi ce type de sonde intègre-t-il systématiquement un capteur de température ?

Partie II

JAUGEUR VENTURI EN CANAL OUVERT

II-1) Préliminaire : écoulement fluvial ou torrentiel

On supprime la pelle. On note $h(x)$ la hauteur d'eau dans le canal et $\vec{v} = v(x)\vec{u}_x$ la vitesse du fluide, uniforme sur une section (voir figure 2). La surface libre est à la pression atmosphérique P_0 .

a) On appelle *charge spécifique* la grandeur $H(x) = h(x) + \frac{v^2(x)}{2g}$. Montrer que $H(x)$ est constant pour l'écoulement considéré.

b) Exprimer H en fonction de $h(x)$ et du débit volumique Q .

c) Tracer l'allure de $H(h)$ pour un débit Q fixé, en déterminant la valeur h_C qui minimise la charge spécifique, en fonction de Q et des données. La valeur h_C correspond à un *régime critique*. Exprimer la charge spécifique critique H_C en fonction de h_C .

d) À débit fixé, pourquoi observe-t-on fréquemment des ondulations importantes de la surface libre au voisinage du régime critique ?

e) Montrer que pour un débit volumique et une charge spécifique fixés, il existe en général deux hauteurs h' et h'' possibles pour l'écoulement, avec $h'' > h'$. La solution (h', v') est appelée *régime torrentiel* et la solution (h'', v'') *régime fluvial*. Justifier ces appellations. Indiquer la zone correspondant à chaque régime sur le tracé de $H(h)$.

f) À charge spécifique fixée, tracer l'allure de $Q(h)$. Pour quelle valeur de h le débit est-il maximal ? Identifier les zones d'écoulement fluvial et torrentiel sur le graphe.

II-2) Jaugeur Venturi

Un débitmètre à jaugeur Venturi est constitué d'un *canal d'approche* à fond plat de largeur B constante et de longueur au moins égale à $10 \times B$, suivie d'un canal de mesure dans lequel le fluide traverse un convergent, un canal droit de largeur b , puis un divergent (voir figure 3). Deux sondes ultrasonores à la verticale des points I et J mesurent les hauteurs d'eau h_1 et h_2 . On note $\vec{v}_1 = v_1\vec{u}_x$ et $\vec{v}_2 = v_2(x)\vec{u}_x$ les vitesses du fluide respectivement en amont du Venturi et dans le canal de largeur b . Les vitesses sont supposées uniformes sur une section droite.

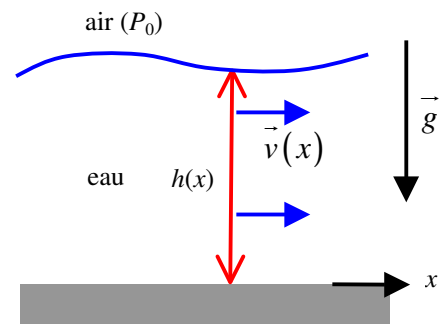
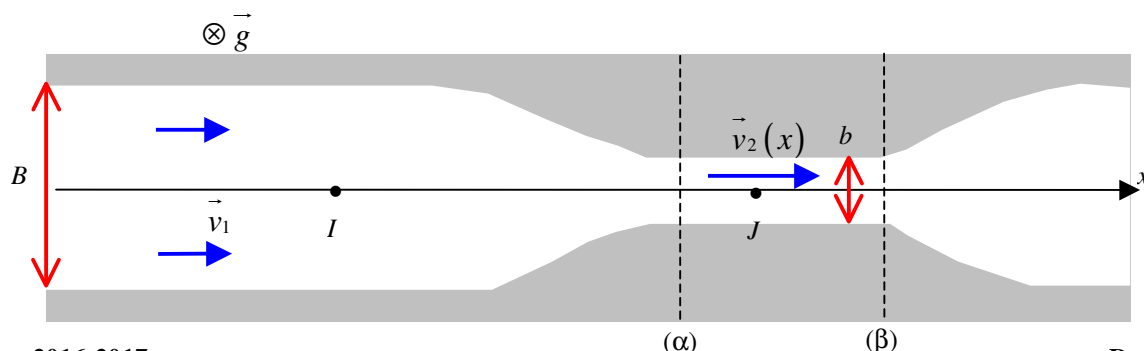


Figure 2 : Modèle d'écoulement dans un canal plat



Dans le cas d'un jaugeur Venturi noyé, le régime d'écoulement demeure fluvial. Dans le cas d'un jaugeur Venturi dénoyé, le régime d'écoulement, fluvial en amont, devient progressivement torrentiel entre les sections (α) et (β), en passant par le régime critique, avant de brutalement redevenir fluvial dans le divergent du Venturi, avec présence d'un ressaut hydraulique.

On pourra négliger la variation de la charge spécifique H lors du passage par le convergent.

a) Quel est le rôle du canal d'approche ?

b) Écrire le débit volumique Q en fonction de v_1 , B , h_1 puis en fonction de $v_2(x)$, b et $h_2(x)$.

c) *Cas du jaugeur noyé* : La vitesse $v_2(x)$ est alors uniforme dans tout le canal droit $v_2(x) = v_2$.

Grâce aux résultats de la question II-1b, tracer sur le même graphe l'allure des fonctions qui relie la charge spécifique à la hauteur d'eau h , respectivement $H_B(h)$ dans le canal de largeur B et $H_b(h)$ dans le canal de largeur $b < B$.

Indiquer sur ce graphe la transformation $1 \rightarrow 2$ subie par le fluide au passage par le convergent. En déduire le signe de $(h_2 - h_1)$, puis justifier celui de $(v_2 - v_1)$. En supposant $v_2 \gg v_1$, exprimer le débit volumique Q en fonction de g , b , h_1 et h_2 .

d) *Cas du jaugeur dénoyé* : On suppose l'écoulement assez lent en amont, de sorte que l'on pourra considérer que $v_1 \ll \sqrt{2gh_1}$.

En s'appuyant notamment sur les résultats de la question II-1c, montrer que l'existence d'un régime critique en un point du canal de largeur b permet de relier Q uniquement à la hauteur d'eau en amont par la relation $Q \approx 0,544b\sqrt{g} h_1^{3/2}$.

On vérifiera que la relation exacte trouvée correspond bien à la relation approchée donnée par l'énoncé.

Dimensionner le jaugeur Venturi en calculant la valeur numérique de b pour $h_1 = 50$ cm et $Q = 1000$ m³·h⁻¹.

La norme ISO4359 précise que les largeurs b utilisées doivent rester supérieures à 10 cm, quel effet risquerait de fausser la mesure sinon ?

e) Quel avantage y a-t-il à utiliser un jaugeur dénoyé plutôt qu'un jaugeur noyé ?

Partie III

HYDROLIENNE

Le but d'une hydrolienne est de récupérer l'énergie cinétique des courants marins ou fluviaux pour faire tourner le rotor d'une turbine immergée. Il s'agit donc d'une transposition marine du rotor éolien qui récupère l'énergie cinétique du vent.

On souhaite déterminer la puissance que l'eau peut céder à un dispositif hydrolien, dans un cadre très simplifié et idéalisé reposant sur des hypothèses fortes. On suppose notamment que la vitesse de l'écoulement reste parallèle à l'axe (Ox). On considère encore que les champs de vitesse et de pression sont uniformes sur toute section droite du tube de courant (figure 4). Enfin, on considère l'écoulement d'eau comme étant parfait, stationnaire et incompressible. Les effets de la pesanteur ne sont jamais considérés.

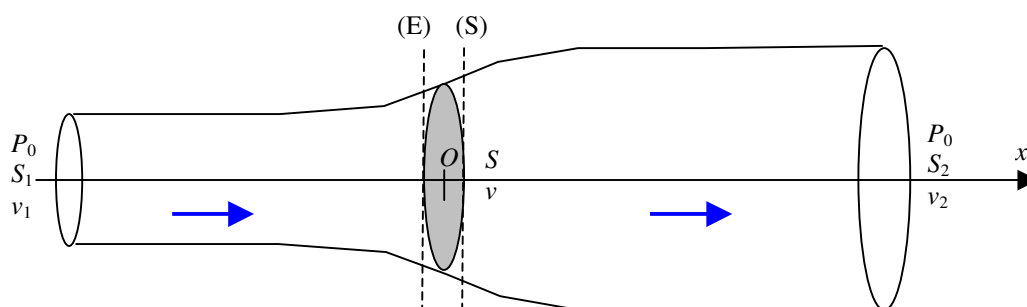


Figure 4 : Veine d'eau traversant le rotor de l'hydrolienne. La surface S grisée se situe au niveau des pales du rotor. Il s'agit de la surface offerte au passage de l'eau et sur laquelle s'appuie le tube de courant échangeant de la puissance avec le rotor.

La figure (4) représente la portion [1, 2] du tube de courant traversant l'hydrolienne. On note respectivement v_1 , v et v_2 , les vitesses loin en amont de l'hydrolienne, au niveau du rotor, et loin en aval de l'hydrolienne. Les sections correspondantes sont notées S_1 , S et S_2 . Les plans (E) et (S) sont situés immédiatement en amont et en aval du rotor. On considère alors que $S_E = S = S_S$ et $v_E = v = v_S$ (les pressions P_E et P_S sont, *a priori*, différentes). La pression de l'eau, au niveau des surfaces S_1 et S_2 , est la pression P_0 .

III-1) Justifier la forme générale du tube de courant représenté sur la figure (4).

III-2) Exprimer le débit massique d'eau Q_m traversant l'hydrolienne.

III-3) Détermination de la vitesse v .

a) En effectuant un bilan de quantité du mouvement, sur la portion [1, 2] du tube de courant, établir l'expression de la force $\vec{F}_{r/e}$ que le rotor exerce, globalement, sur l'écoulement d'eau. Il sera utile d'y faire apparaître Q_m .

b) En appliquant le théorème de Bernoulli entre les sections (1) et (E), puis entre les sections (S) et (2), exprimer les pressions P_E et P_S régnant au niveau des surfaces S_E et S_S .

c) Du résultat précédent, établir une nouvelle expression de $\vec{F}_{r/e}$.

d) En identifiant les deux expressions de la force $\vec{F}_{r/e}$, relier v à v_1 et v_2 .

III-4) Puissance transférée de l'écoulement à l'hydrolienne et rendement de la conversion.

a) À partir d'un bilan d'énergie mécanique, effectué sur la portion [1, 2] du tube de courant, déduire l'expression de la puissance \mathcal{P} cédée à l'hydrolienne, par l'écoulement. On l'exprimera en fonction de Q_m , v_1 et v_2 .

b) On pose $\mathcal{P}^* = \frac{1}{2} \rho S v_1^3$. 1. Attribuer une signification physique à cette grandeur.

c) On note $r = v_2/v_1$. Établir alors que le rendement de la conversion d'énergie, relativement à \mathcal{P}^* , s'écrit $\eta^* = \frac{1}{2}(1+r)^2(1-r)$.

d) Illustrer graphiquement la dépendance de η^* avec r .

e) Interpréter ce tracé. Caractériser la situation optimale de fonctionnement, connue sous le nom de limite de Betz.

III-5) Quelques remarques sur le cadre de l'étude.

a) Expliquer brièvement pourquoi supposer que le champ de vitesse de l'écoulement reste purement axial, constitue une hypothèse forte.

b) Le théorème de Bernoulli peut-il être appliqué entre les sections (E) et (S) ? Réponse à argumenter.

c) Expliquer (brièvement) ce qui détermine, en pratique, le rapport r .

III-6) La géométrie d'une pale d'hydrolienne doit optimiser le transfert de puissance de l'eau au rotor. Elle doit, parallèlement, satisfaire à des conditions d'ordre. Son profil est choisi dans la gamme des profils aérodynamiques standardisés NACA1, tels que ceux utilisés pour les ailes d'avion.

a) Proposer une estimation de l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds relatif à l'écoulement de l'eau autour d'une pale d'hydrolienne. Caractériser le régime d'écoulement correspondant.

b) Rappeler la forme sous laquelle on exprime la traînée (force de frottement fluide), dans ce régime, pour un écoulement autour d'un objet sphérique (on précisera les éventuelles notations introduites). Avancer un argument qui justifie cette expression. En déduire l'ordre de grandeur du coefficient de traînée qui intervient.

III-7) Indiquer les avantages et inconvénients d'une hydrolienne par rapport à une éolienne.