

Etude du téléphérique Vanoise Express

1. Présentation du téléphérique Vanoise Express

Noël 2003, le téléphérique Vanoise Express relie enfin les domaines skiables de La Plagne et Les Arcs, donnant naissance à **paradiski**, un domaine skiable de 425 km, le troisième plus grand de France.

Le Vanoise Express est une prouesse technologique de 16.5 millions €. C'est le plus grand téléphérique de ce type jamais construit au monde. Il est réalisé par la société **POMAGALSKI**. C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage. L'utilisation de cabines à deux étages permet de réduire le volume des cabines et des gares, améliorant l'esthétique de l'ensemble (voir photo 1).

La solution retenue est constituée de deux lignes parallèles portant chacune une seule cabine. Contrairement à la plupart des téléphériques, **les deux lignes sont entièrement indépendantes**, ce qui signifie qu'une cabine n'est pas le contrepoids de l'autre. Ainsi, en cas de problème sur une cabine, la liaison entre les deux stations n'est pas interrompue.



Photo 1 :
Cabine se déplaçant sur une ligne

L'étude qui suit ne porte que sur une seule ligne et donc une seule cabine

Le schéma de principe d'une ligne est donné en **annexe 1**. La capacité de chaque cabine est de 200 personnes. La puissance installée de 1060 kW par cabine autorise un débit maximum de 1000 personnes à l'heure dans chaque sens et par cabine. Chaque ligne est composée principalement de deux câbles porteurs (rails) et d'un câble tracteur .

La particularité de ce téléphérique est que les deux gares reliées sont sensiblement à la même altitude (1630m pour Les Arcs et 1560 m pour La Plagne). **Dans toute l'étude qui suit, on négligera cette différence d'altitude** (voir photo 2).

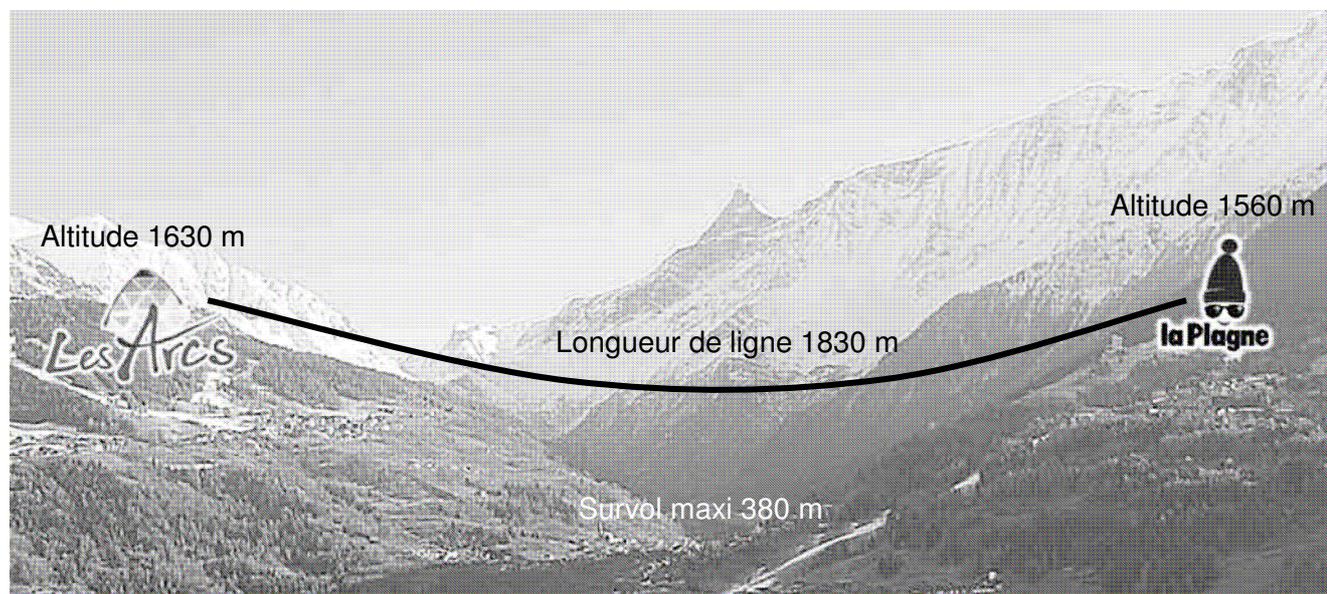


Photo 2 : Vue de la vallée à survoler

PARTIE SII

2. Vérification des critères « Ecart statique », « Ecart de traînage »

Dans ce qui suit, on désire respecter les critères suivants du cahier des charges partiel :

Critère	Niveau
Ecart statique en vitesse en présence d'une perturbation échelon	$\varepsilon_s = 0$
Ecart de traînage (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations	$\varepsilon_v = 0$

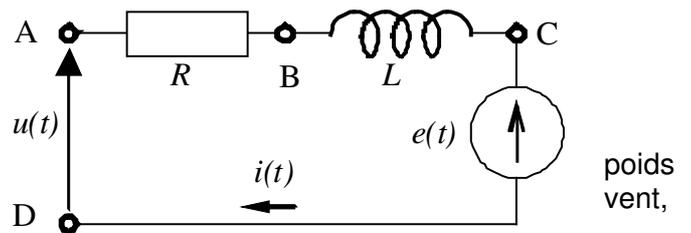
En effet, afin de respecter les consignes de vitesse pour un trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne », il est nécessaire que l'asservissement de vitesse des moteurs à courant continu ait des qualités en précision, stabilité et rapidité. On étudiera dans ce sujet que le critère de précision avec un correcteur proportionnel $C(p)=C_0$.

Documents : Voir annexe 1 pour certaines données (diamètre de la poulie motrice $D=4m$, rapport de réduction $k=1/20\dots$).

Modélisation des moteurs à courant continu

Notations :

- On notera $F(p)$ la transformée de Laplace d'une fonction du temps $f(t)$.
- $u(t)$ Tension d'alimentation des moteurs
- $i(t)$ Intensité traversant un moteur
- $e(t)$ Force contre électromotrice d'un moteur
- $\omega_m(t)$ Vitesse de rotation d'un moteur
- $c_m(t)$ Couple d'un seul moteur
- $c_r(t)$ Couple de perturbation engendré par le du téléphérique dans une pente et par l'action du ramené sur l'axe des moteurs.

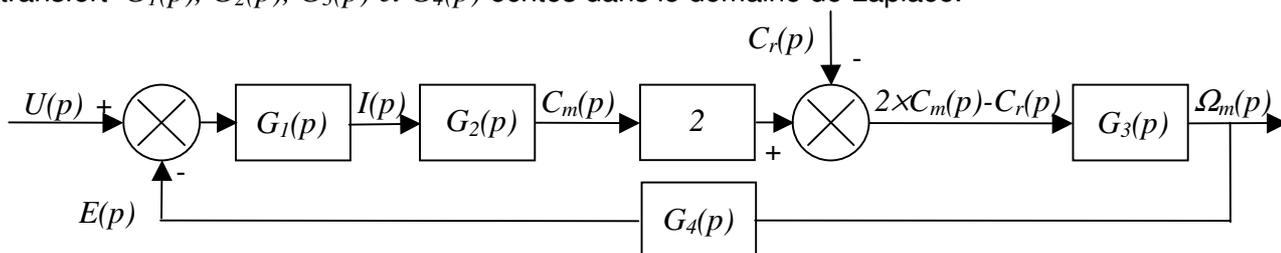


Hypothèses et données :

- On suppose les conditions initiales nulles
- Les deux moteurs sont et fonctionnent de manière parfaitement identique.
- $L=0.59$ mH Inductance d'un moteur
- $R=0.0386$ Ω Résistance interne d'un moteur
- $f=6$ N.m.s/rad Coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'axe des moteurs
- $J=800$ kg.m² Moment d'inertie total des pièces en rotation, ramené sur l'axe des moteurs
- $c_m(t) = k_T \cdot i(t)$ avec $k_T = 5.67$ Nm/A (constante de couple d'un moteur)
- $e(t) = k_E \cdot \omega_m(t)$ avec $k_E = 5.77$ Vs/rad (constante électrique d'un moteur)
- Equations de la dynamique établie dans la partie précédente :

$$2 \times c_m(t) - c_r(t) = J \cdot \dot{\omega}_m(t) + f \cdot \omega_m(t)$$

Question 1. : Le schéma bloc de la double motorisation étant fourni ci-après, déterminez les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ écrites dans le domaine de Laplace.



Question 2. : $\Omega_m(p)$ peut se mettre sous la forme : $\Omega_m(p) = F_1(p) \times U(p) - F_2(p) \times C_r(p)$

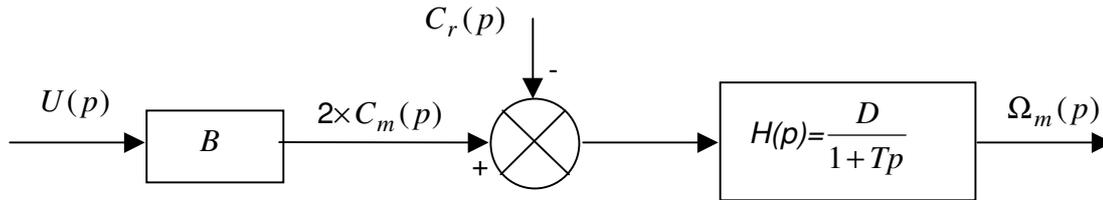
Exprimez les fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ en fonction de $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

On donne en annexe 3 les résultats d'une simulation réalisée sur l'ensemble de la motorisation, constituée des deux moteurs à courant continu.

1. La première courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V (le couple de perturbation $c_r(t)$ est nul).
2. La seconde courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 1000 N.m (la tension $u(t)$ est nulle).

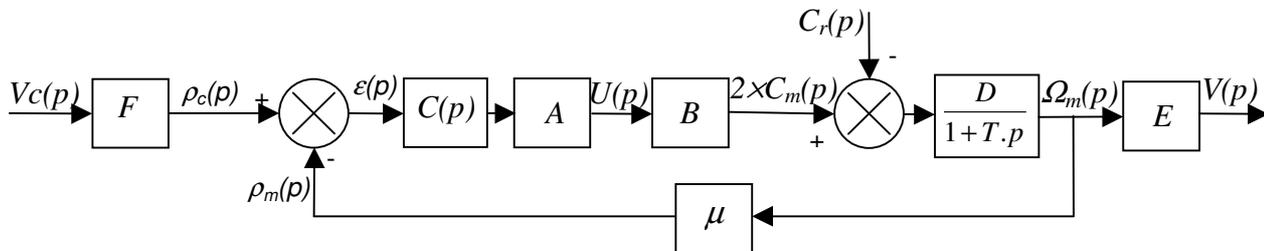
Question 3. : Choisissez et justifiez un modèle d'identification de ces fonctions (premier ordre, second ordre etc...). Déterminez **numériquement** les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ par identification.

En faisant l'approximation que les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ ont sensiblement le même dénominateur, le schéma bloc ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :



Question 4. : Donnez la valeur **numérique** des trois constantes B , D et T .

La motorisation modélisée ci-dessus est insérée dans une boucle d'asservissement de vitesse.

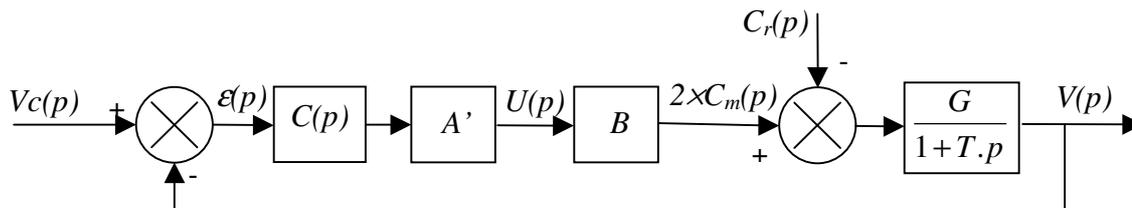


- La consigne de vitesse $v_c(t)$ est donnée en entrée. Elle est convertie en une tension $\rho_c(t)$ avec le gain « F ».
- Un capteur de vitesse et sa chaîne de traitement de gain $\mu=0.716 \text{ V.s/rad}$ transforme la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ du moteur en une tension $\rho_m(t)$.
- Un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ corrige la différence $\epsilon(t)=\rho_c(t)-\rho_m(t)$ et l'envoie à un amplificateur de gain A , qui alimente les deux moteurs électriques.
- La vitesse de rotation des moteurs $\omega_m(t)$ est transformée en vitesse du téléphérique $v(t)$ avec le gain « E ».

Question 5. :

- 1- Déterminez l'expression du gain « E ». Faire une application numérique.
- 2- Déterminez l'expression du gain « F » pour que $\epsilon(t)=0$ entraîne $v_c(t)=v(t)$. Faire une application numérique.

Par transformation du schéma bloc, le système est mis en retour unitaire. On obtient le résultat ci-dessous :



Les coefficients E et F calculés précédemment sont intégrés dans les nouveaux coefficients A' et G . Pour la suite, on continuera avec les valeurs suivantes :

$$A' \times B = 3 \times 10^4 \text{ s.N} ; G = 6 \times 10^{-5} \text{ m/(s.N.m)} \text{ et } T = 0.47 \text{ s.}$$

Utilisation d'un correcteur proportionnel : $C(p)=C_0=1$

Question 6. : On suppose $C_r(p)=0$. Calculez en fonction de C_0 , A' , B , G , et V_0 l'expression de l'écart statique en suivi de consigne ε'_s engendré par une consigne en échelon d'amplitude $V_0=12$ m/s. Faire l'application numérique.

Question 7. : On suppose $V_c(p)=0$.

- 1- Calculez en fonction de C_0 , A' , B , G , et C_{r0} l'expression de l'écart statique en régulation ε''_s engendré par une perturbation échelon d'amplitude $C_{r0}=-7270$ N.m qui modéliserait la descente des « Arcs ». Faire l'application numérique.
- 2- Faire également une application numérique si $C_{r0}=+7460$ N.m pour la modélisation de la montée vers « La Plagne ».

Question 8. : Donnez **numériquement** l'écart statique total $\varepsilon_s=\varepsilon'_s + \varepsilon''_s$ dans les deux cas suivants :

- 1- Descente des « Arcs ».
- 2- Montée vers « La Plagne ».
- 3- Existe-t-il une valeur réaliste de C_0 pour laquelle le critère « **Ecart statique** en vitesse en présence d'une perturbation échelon » serait vérifié ? Justifiez.

Partie Physique

Tous les composants électroniques sont supposés parfaits. Les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) utilisés sont idéaux. Si un ALI fonctionne en régime de saturation, sa tension de sortie sera égale à $+U_{SAT}$ ou $-U_{SAT}$ avec $U_{SAT} = 12\text{ V}$. Lorsqu'un composant est utilisé en commutation (diode, transistor ou ALI), le passage d'un état à l'autre s'effectue de façon instantanée. La résistance des fils de conduction électrique est nulle.

3. Réalisation d'un signal de commande

Question 9. On peut modifier facilement la vitesse d'un MCC à l'aide d'un convertisseur électronique. Celui-ci contient, entre autres, un transistor qui doit être commandé par un signal de tension dont on étudie ici la réalisation.

Le montage est représenté sur la figure p1. Il comporte un condensateur de capacité C_1 et un interrupteur électronique H_2 commandé par de brèves impulsions périodiques de période T_{H2} :

- à $t = 0$, l'interrupteur idéal H_2 se ferme pendant un bref instant sur une première impulsion, la tension à ses bornes est alors nulle ;
- il est ensuite ouvert pendant la durée T_{H2} jusqu'à l'impulsion suivante. Il est alors parcouru par un courant nul.

- 1 Exprimer l'intensité du courant I . Quelle est la fonction de l'ALI₁ dans le circuit électronique ? Préciser le rôle de l'ALI₂ et de l'ALI₃.
- 2 Déterminer la tension $u_{C1}(t)$ dans l'intervalle de temps $[0, T_{H2}]$ en fonction de U_{SAT} , R_1 , C_1 et t . Représenter le chronogramme $u_{C1}(t)$ sur deux périodes. Préciser la valeur maximale U_{CMAX} et la période de $u_{C1}(t)$.
- 3 Quelle est la fonction de l'ALI₄ ? En déduire la tension $u_0(t)$ appliquée à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel ALI₅.
- 4 Expliquer le rôle de l'ALI₅ et tracer le chronogramme $u_1(t)$ sur deux périodes pour une tension de consigne V_{CONS} réglable entre 0 et U_{CMAX} .
- 5 Le signal u_1 obtenu est périodique de période T_{u1} et positif sur une période pendant la durée T_{UP} . On définit le rapport cyclique $\alpha = \frac{T_{UP}}{T_{u1}}$ et l'on peut montrer que la vitesse de rotation du moteur dépend de α . Montrer que V_{CONS} permet le contrôle de la vitesse de rotation Ω du moteur.

4. Le capteur de vitesse et la chaîne de traitement

Question 10. Le transducteur utilisé est un capteur optoélectronique qui délivre une tension variable proportionnelle à la fréquence de rotation du moteur. Il est associé à un convertisseur fréquence-tension (figure p2).

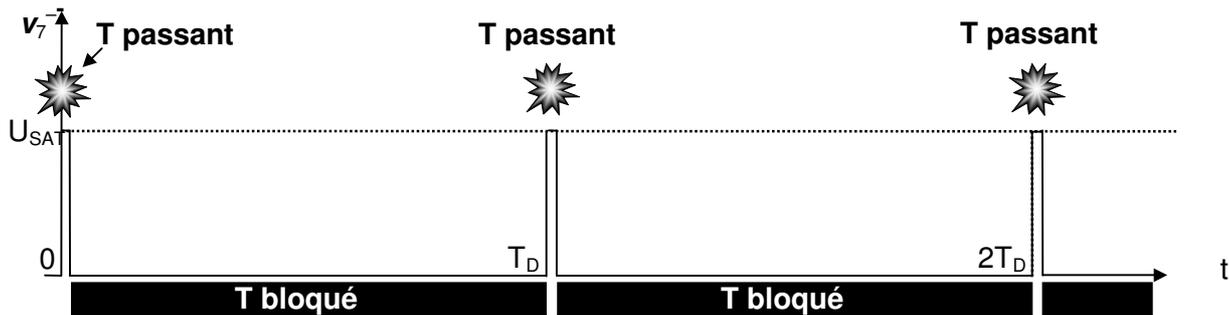
Pour accéder à la fréquence de rotation N du M.C.C., il est possible de fixer sur son rotor une roue dentée dont les 30 dents empêchent le rayon lumineux émis par une diode fixe D_2 de rencontrer la base du phototransistor T :

- le phototransistor T est passant et se comporte comme un interrupteur fermé lorsqu'il est exposé au faisceau lumineux,
- inversement, T est bloqué et se comporte comme un interrupteur ouvert lorsque le faisceau lumineux est interrompu (30 fois par tour).

Ce phototransistor est sensible et rapide ; il permet de détecter les flashes de durée t_D très brève (de l'ordre de la microseconde) par rapport à la période T_D des éclairs lumineux. Le rapport t_D / T_D dépend des dimensions relatives des fentes et des dents de la roue dentée liée au rotor.

- 1 Le moteur tournant à 2000 tr.min^{-1} , calculer la fréquence N_D (en Hz) ou la période T_D des éclairs détectés par le phototransistor.
- 2 Lorsque le montage est dans un état stable constant, les potentiels sont constants. Préciser dans ce cas u_T , u_2 et u_{C7} pour le phototransistor T passant puis bloqué.

L'analyse des rôles du générateur de tension V_1 et de la diode D_3 , montre que l'ALI₆ permet d'obtenir les brèves impulsions reproduites sur le chronogramme de v_7^- suivant : (avec $t_D \ll T_D$)



3. Lorsque le système est instable mais que u_2 est constant (car il a basculé instantanément), établir l'équation différentielle vérifiée par $v_7^+(t)$ en fonction de V_0 et d'une constante de temps τ que vous exprimerez.
À l'instant $t = 0$, le phototransistor T passe d'un état bloqué à un état passant.
4. Écrire la condition initiale $v_7^+(0)$ juste après le passage de T à l'état passant ; en déduire les expressions de $v_7^+(t)$ et de $u_{C7}(t)$ lorsque $t > 0$.
5. Le phototransistor repasse à l'état bloqué après une durée très brève. v_7^- bascule instantanément alors que v_7^+ évolue au cours du temps.
 - a) À quel instant t_0 la tension u_2 bascule-t-elle ? Exprimer t_0 en fonction de τ , V_0 et U_{SAT} .
 - b) En déduire l'expression de $v_7^+(t)$ lorsque $t > t_0$. La tension u_2 peut-elle à nouveau basculer en l'absence d'une nouvelle impulsion ? Justifier le nom de "monostable" qualifiant un tel dispositif.
 - c) Tracer, dans les mêmes axes, l'allure de $v_7^-(t)$, $v_7^+(t)$ et $u_2(t)$ sur 2 périodes.
 - d) Le montage monostable effectue une temporisation. Analyser pourquoi.

Question 11.

1. Considérons uniquement la partie du circuit électronique de la figure p2 notée (Δ) et délimitée par des pointillés. Elle admet la tension d'entrée $u_2(t)$ et $u_3(t)$ est le signal de sortie.

a) Indiquer un schéma équivalent de ce montage à basse fréquence, puis à haute fréquence en indiquant pour chaque cas l'opération réalisée entre l'entrée et la sortie.

b) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(i\omega) = \frac{u_3}{u_2}$ en supposant le régime harmonique de pulsation

ω . Représenter l'allure asymptotique des courbes de gain $G_{dB} = 20 \log(|\underline{H}|)$ et de déphasage entrée-sortie $\varphi = \arg(\underline{H})$ en fonction de la pulsation ω du signal d'entrée.

En déduire le type de filtrage réalisé et préciser sa fréquence de coupure N_C sachant que : $R_8 = R_7 = 1 \text{ M}\Omega$ et $C_8 = 1 \text{ }\mu\text{F}$.

Reprenons maintenant l'influence de ce filtre dans l'application envisagée : le filtre est "attaqué" par la tension $u_2(t)$ périodique et de rapport cyclique α , décrite en D7. Sa décomposition de Fourier en notation

réelle est :
$$u_2(t) = \langle u_2 \rangle \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos[n(\omega t - \alpha\pi)] \right).$$

2. Quelle opération ce montage effectue-t-il sur la tension $u_2(t)$? En déduire l'expression de u_3 en fonction de U_{SAT} , R_8 , R_7 , t_0 et de la fréquence N de rotation du moteur.
3. Quelle est la fonction de l'ALI₉ ? Préciser l'influence du générateur de tension à sa sortie.
4. Exprimer la tension u_4 en fonction de t_0 , U_{SAT} et de la fréquence de rotation N du moteur. Expliquer pourquoi le circuit de la figure p2 réalise une conversion fréquence-tension et permet d'obtenir une tension de sortie u_4 "image" de la vitesse de rotation Ω du moteur.

ANNEXE

Annexe 1

Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :

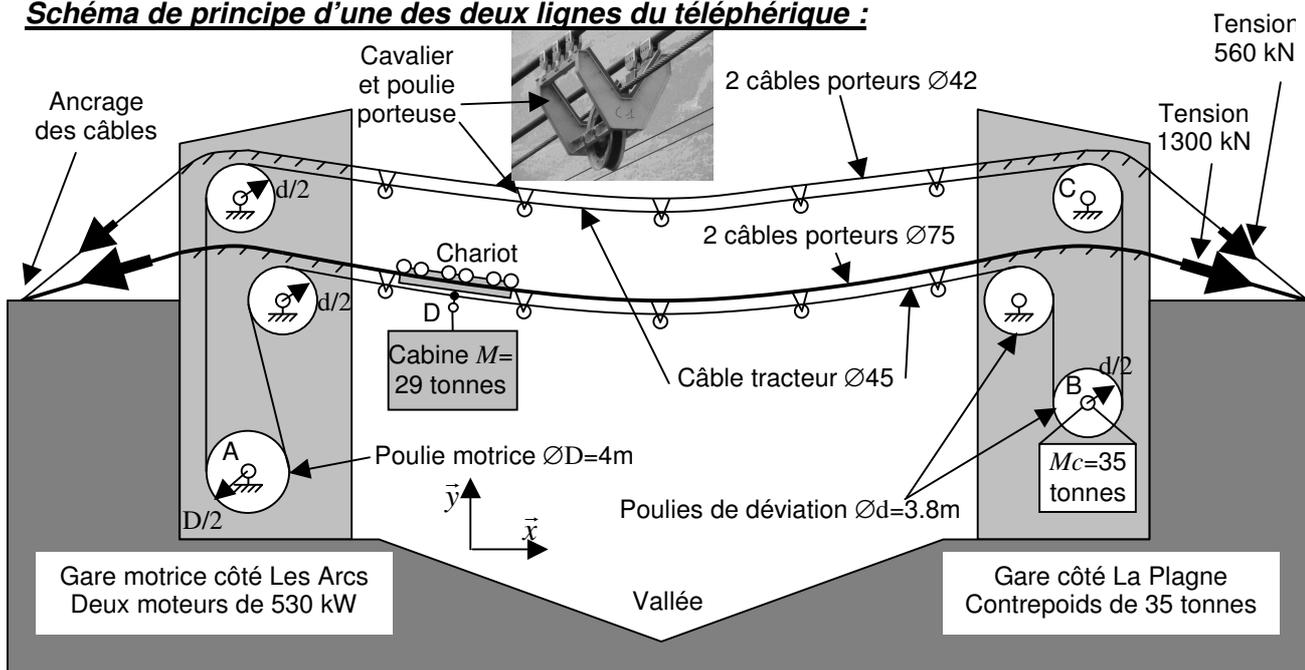
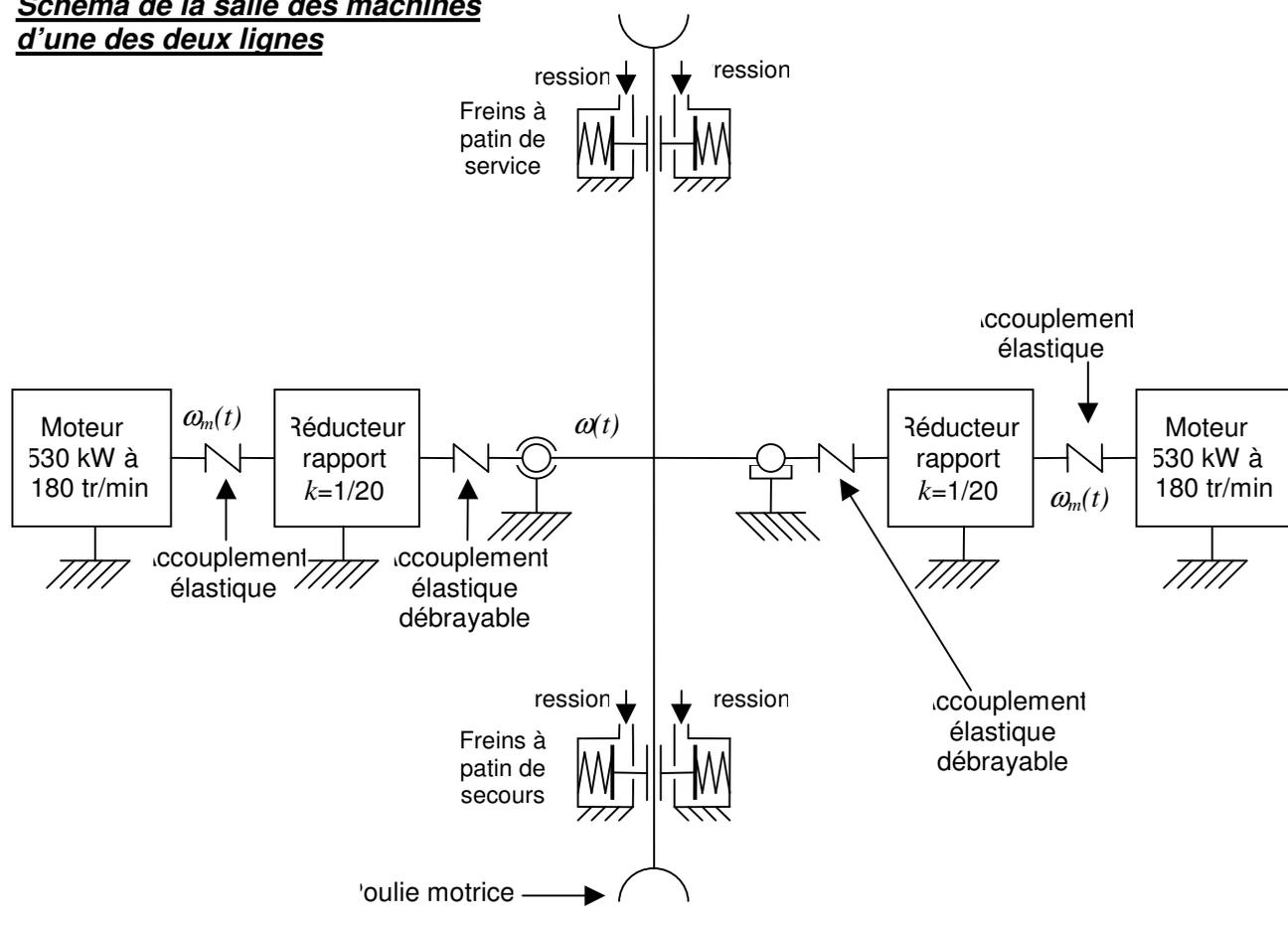


Schéma de la salle des machines d'une des deux lignes



Définition de k :

$$k = \frac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{20}$$

Annexe 2

Photographies de la salle des machines du Vanoise Express

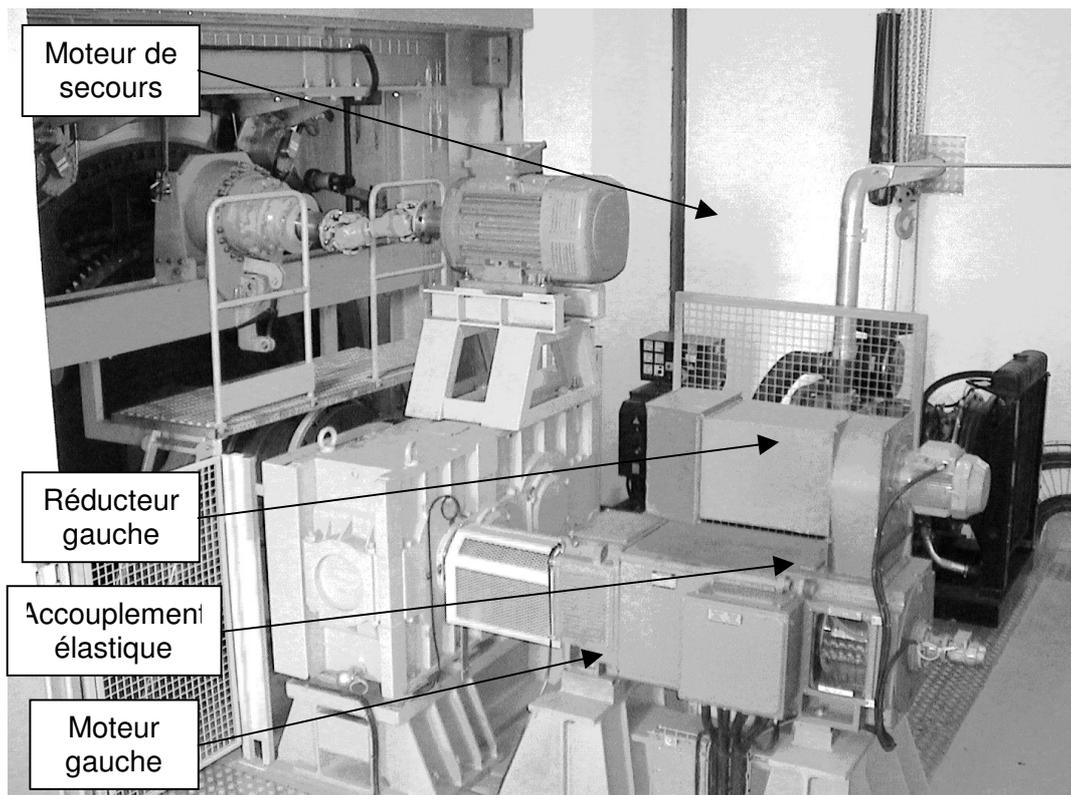


Photo 5 : Salle des machines côté gauche

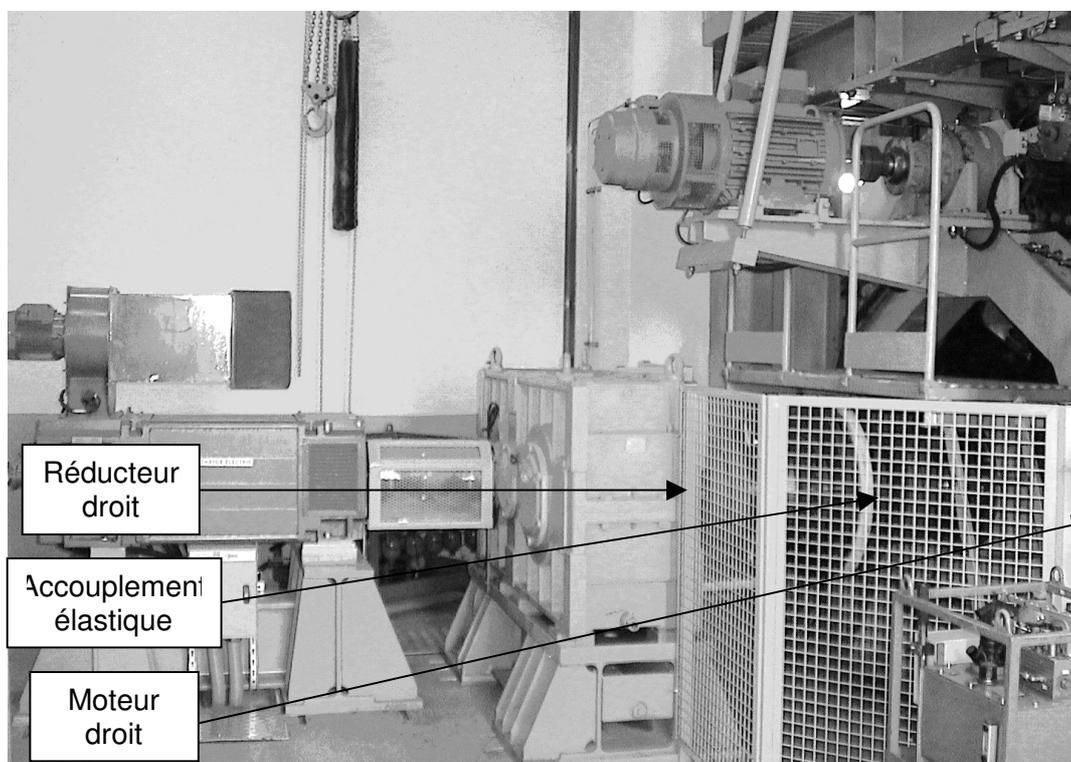
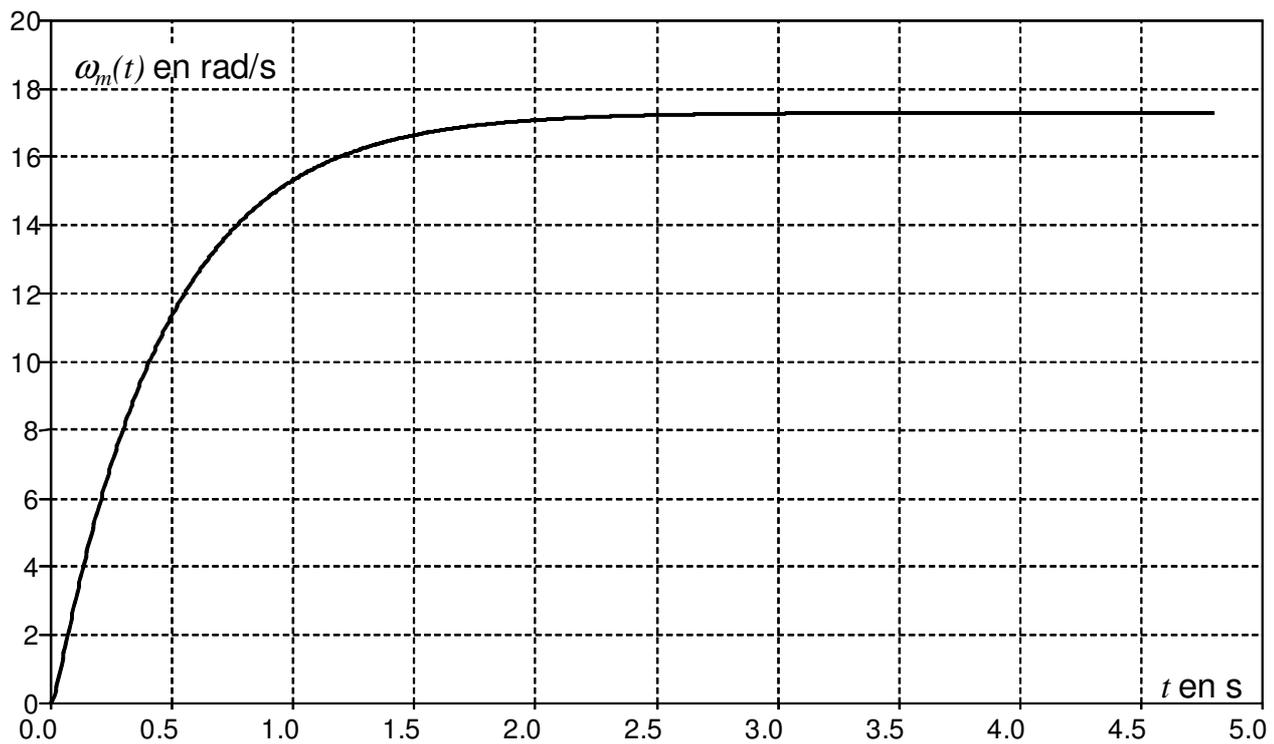


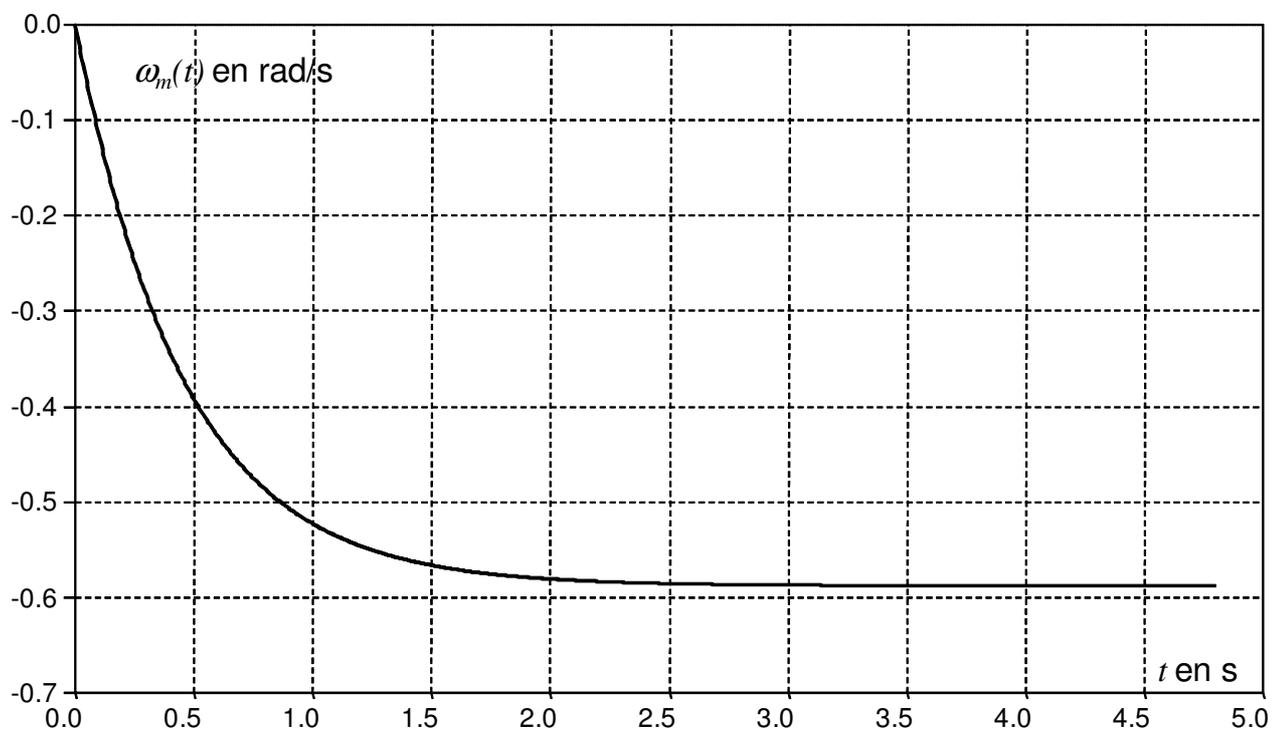
Photo 6 : Salle des machines côté droit

Annexe 3

Réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V.



Réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 1000 N.m.



Annexe 4

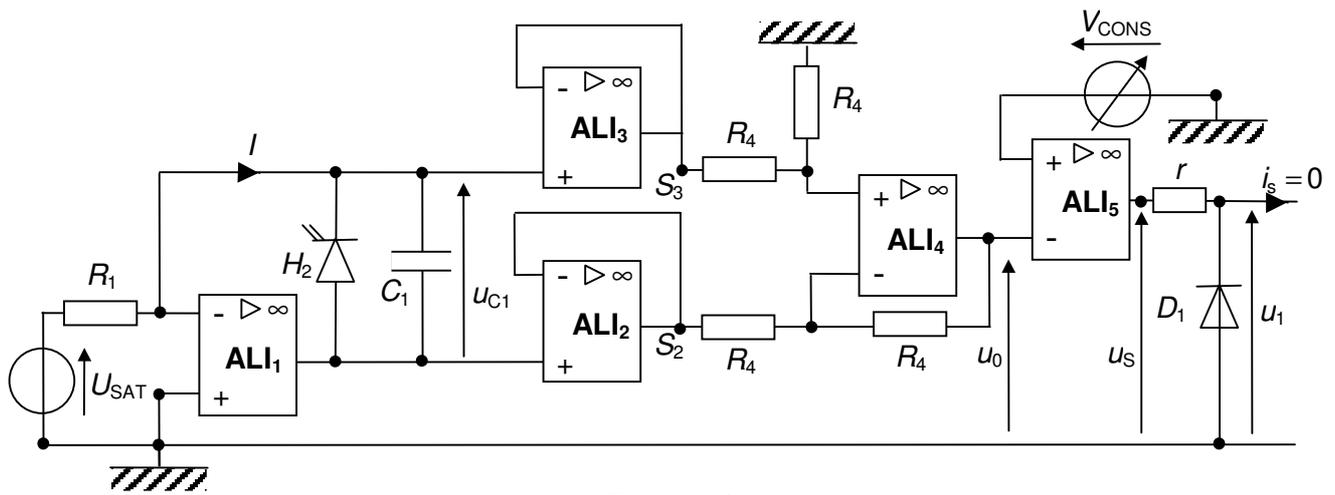


Figure p1

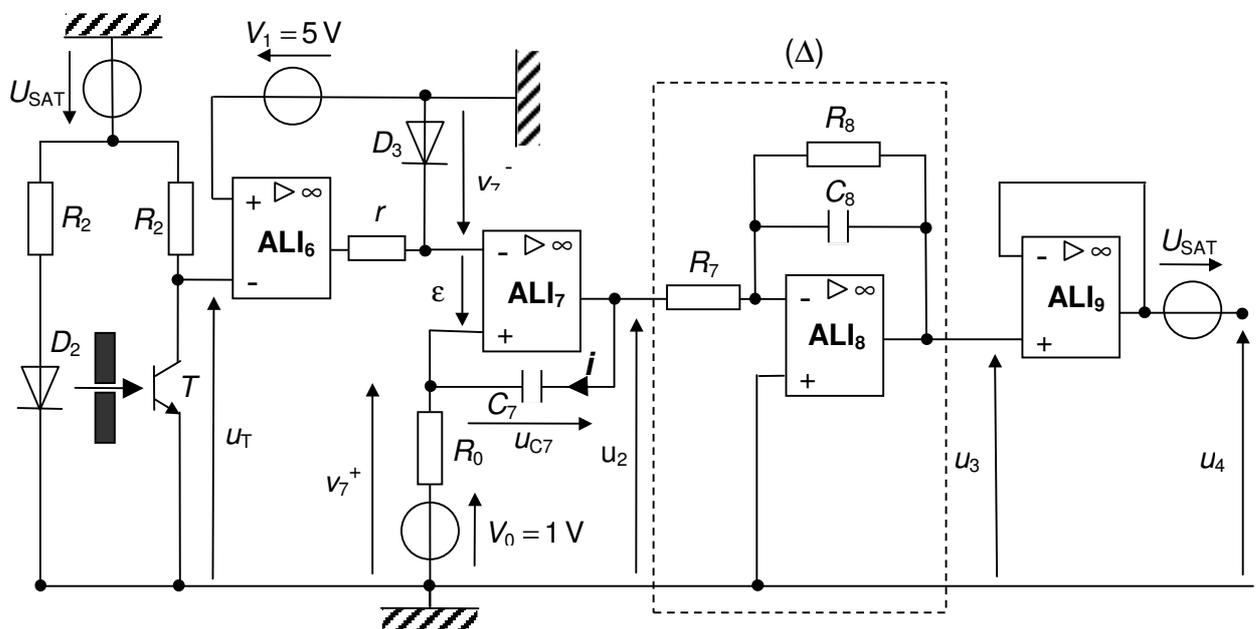


Figure p2