

# MÉCANIQUE DES FLUIDES

## Partie I

I-1-a) L'écoulement est incompressible donc le débit volumique se conserve à travers chaque section soit  $Q_1 = Q_2$ .

Puisque  $\|\vec{v}_1\|$  est uniforme sur la section  $S_1$  d'aire  $h \times B$ , on a  $Q_1 = hBv_1$ .

Par contre,  $\|\vec{v}_1\|$  n'est pas uniforme sur la section, donc

$$Q_2 = \iint_{S_2} \vec{v}_2 \cdot \vec{n}_{S_2} dS \leq \iint_{S_2} v_{2\text{MAX}} \cdot \vec{n}_{S_2} dS = v_{2\text{MAX}} (h-H) B.$$

La conservation du débit conduit alors à  $v_{2\text{MAX}} = v_1 \frac{h}{h-H}$ .

Comme  $h-H \ll H$  par hypothèse et  $h < H$  par construction, on obtient  $h-H \ll h$  d'où

$$v_{2\text{MAX}} \gg v_1.$$

b) Notons  $M_{2\text{SL}}$  le point de la surface libre situé à la verticale de  $M_2$ . Il est à la même altitude  $h$  (par rapport au fond) que  $M_1$ . Il existe une ligne de courant entre  $M_1$  et  $M_{2\text{SL}}$  le long de la surface libre. L'écoulement étant parfait, incompressible, stationnaire dans le champ de pesanteur, on peut appliquer la relation de Bernoulli sous la forme  $P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_{2\text{SL}}^2 + \rho gh$ . On obtient donc  $v_{2\text{SL}} = v_1$ .

$M_{\text{SL}}$  et  $M_2$  ne sont pas sur la même ligne de courant mais celui-ci est supposé irrotationnel donc on peut appliquer la relation de Bernoulli entre ces deux points :

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho v_{2\text{SL}}^2 + \rho gh = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g(H+z).$$

Par hypothèse, la pression est uniforme dans la section de la pelle donc  $P_2 = P_0$  et il reste  $v_2^2 = v_{2\text{SL}}^2 + 2g(h-H-z)$  ou encore  $v_2^2 = v_1^2 + 2g(h-H-z)$ .

Comme on suppose  $v_1 \ll v_2$  quel que soit  $z$ , il reste  $v_2(z) = \sqrt{2g(h-H-z)}$ .

I-2) Par définition,  $Q = \iint_{S_2} \vec{v}_2 \cdot \vec{n}_{S_2} dS = \int_0^{h-H} \sqrt{2g(h-H-z)} B dz$  car  $\vec{v}_2$  est colinéaire à  $\vec{n}_{S_2}$ .

On a donc  $Q = B\sqrt{2g} \int_0^{h-H} (h-H-z)^{1/2} dz = B\sqrt{2g} \frac{2}{3} (-1) \left[ (h-H-z)^{3/2} \right]_0^{h-H}$  soit

$Q = B\sqrt{2g} \frac{2}{3} (h-H)^{3/2}$  qui est bien de la forme proposée en posant  $A = \frac{2}{3} B\sqrt{2g}$

I-3) Pendant  $\Delta t$ , l'onde sonore parcourt la distance  $2(h_s - h)$  à la vitesse  $c$  donc  $2(h_s - h) = c\Delta t$  puis  $h = h_s - \frac{1}{2} c\Delta t$ .

La célérité  $c$  dépend de la température donc il faut déterminer celle-ci pour mesurer  $h$ .

## Partie II

II-1-a) L'écoulement est incompressible, parfait, stationnaire dans le champ de pesanteur. La relation de Bernoulli s'écrit, le long d'une ligne de courant de la surface libre  $P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2(x) + \rho gh(x) = C$  soit  $\frac{1}{2g} v^2(x) + h(x) = \frac{C - P_0}{\rho g}$  ou encore  $H = Cte$ .

b) Comme la vitesse est supposée uniforme sur une section et portée par  $\vec{u}_x$  comme  $\vec{n}_s$ , le débit volumique s'écrit  $Q = v(x)Bh(x)$ . L'écoulement est incompressible donc le débit se conserve et l'on a  $H(h) = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{Bh} \right)^2 + h$ .

c) Le domaine de définition de  $h$  est, a priori,  $[0, +\infty[$ . (En réalité,  $h$  reste fini.).

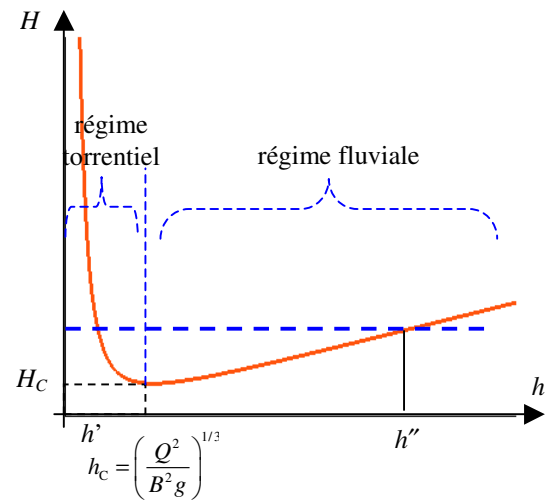
Au voisinage de  $h = 0$ ,  $H(h) \sim \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{Bh} \right)^2$  : c'est une hyperbole décroissante.

Pour  $h$  assez grand, on a  $H(h) \sim h$  : la courbe est une droite de pente positive. Elle passe donc nécessairement par un minimum.

L'allure de la courbe  $H(h)$  est indiquée ci-contre :

$H(h)$  est minimale pour  $h_c$  tel que  $\left. \frac{dH}{dh} \right|_{h=h_c} = 0$  soit

$$\left. \frac{dH}{dh} \right|_{h=h_c} = \frac{Q^2}{2B^2g} \left( -\frac{2}{h_c^3} \right) + 1 = 0 \text{ d'où } h_c = \left( \frac{Q^2}{B^2g} \right)^{1/3}$$



Pour cette valeur, on trouve  $H_c = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{Bh_c} \right)^2 + h_c = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^2}{gB^2} \right)^{2/3} \frac{1}{h_c^2} + h_c = \frac{1}{2} h_c^3 \frac{1}{h_c^2} + h_c$  soit

$$H_c = \frac{3}{2} h_c$$

d) Par définition, on a  $\left. \frac{dH}{dh} \right|_{h=h_c} = 0$  donc  $\left. \frac{dh}{dH} \right|_{H=H_c} = \infty$  : une petite variation de  $H$

autour de  $H_c$  (liée à une fluctuation du débit) entraîne une grande variation de  $h$ , ce qui se traduit par des ondulations.

e) On constate que **tant que  $H > H_c$** , 2 valeurs  $h'$  et  $h''$  de  $h$  correspondent à une valeur donnée de  $H$ . Pour une valeur donnée du débit  $Q$ ,  $v' > v''$  puisque  $h' < h''$ .

Pour cette valeur du débit, on a bien deux régimes possibles

- grande vitesse, petite profondeur qui correspond au cas d'un torrent ;
- petite vitesse, grande profondeur qui correspond au cas d'un fleuve.

f) De  $H(h) = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{Bh} \right)^2 + h$  on tire  $Q(h) = Bh\sqrt{2g(H-h)}$ .

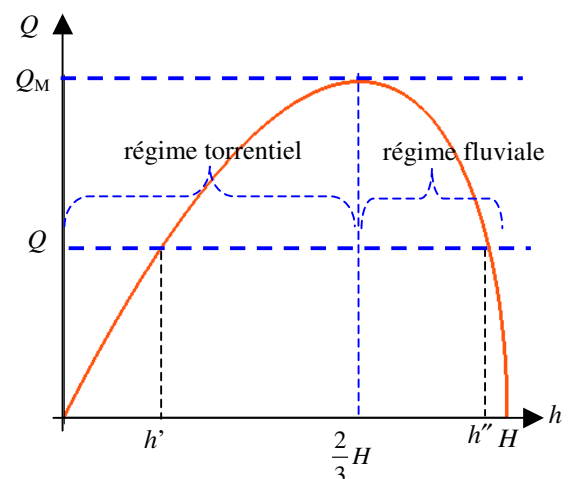
Le domaine de définition de la fonction est  $[0, H]$ .

Pour  $h \ll H$ , on a  $Q(h) \sim Bh\sqrt{2gH}$ . Au voisinage de  $h = 0$ , la courbe est une droite passant par  $(0, 0)$ .

Pour  $h$  voisin de  $H$ , on peut écrire  $h = H - \varepsilon$  avec  $\varepsilon \approx 0$ . On a alors  $Q(h) = B(H - \varepsilon)\sqrt{2g\varepsilon}$ .  $Q$  tend vers zéro de manière parabolique. Entre les deux,  $Q$  passe nécessairement par un maximum.

L'allure de la courbe  $Q(h)$  est indiquée ci-contre :

Pour une valeur de  $Q$ , on a 2 valeurs de  $h$ . La plus petite correspond au régime torrentiel et l'autre au régime fluvial.



On calcule

$$\frac{dQ(h)}{dh} = B \left( \sqrt{2g(H-h)} - \frac{h}{2} \frac{2g}{\sqrt{2g(H-h)}} \right)$$

$$= \frac{B}{\sqrt{2g(H-h)}} (2g(H-h) - gh) = \frac{gB}{\sqrt{2g(H-h)}} (2H - 3h).$$

$Q$  est donc maximum pour  $h_M = \frac{2}{3}H$ .

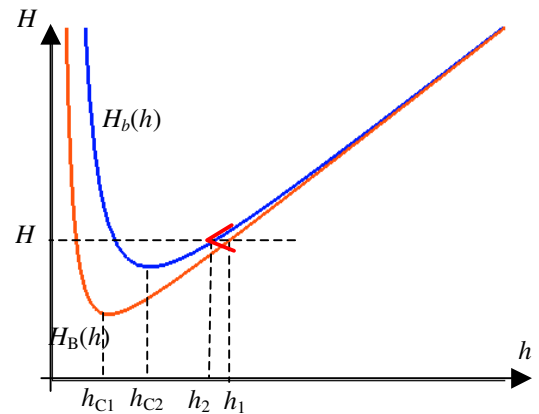
II-2-a) Le canal d'approche permet d'éliminer un maximum d'irrégularités dans l'écoulement pour en obtenir un stationnaire et irrotationnel, de vitesse uniforme dans une section.

b) Comme les vitesses sont uniformes dans une section, on peut écrire le débit volumique  $A = Bh_1v_1 = Bh_2(x)v_2(x)$ .

c) Comme  $h_C$  varie en  $1/B$  à débit donné, on aura  $h_{C2} > h_{C1}$  car  $b < B$ . Par ailleurs, pour  $h \gg h_C$ , on a  $H \approx h$  indépendant de  $B$ . Les deux courbes auront donc des droites asymptotiques identiques pour  $h$  grand.

L'écoulement étant parfait, on a conservation de la charge  $H$  tout le long du jaugeur. Le diagramme montre que  $h_2 < h_1$  si le régime est fluviale donc  $h_2 - h_1 < 0$ .

Comme  $H = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$ , l'inégalité  $h_2 - h_1 < 0$  entraîne  $v_2 - v_1 > 0$ .



En supposant  $v_2 \ll v_1$ , on peut écrire  $v_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$  donc le débit  $Q = Bh_2v_2$  peut s'écrire

$$Q = Bh_2\sqrt{2g(h_1 - h_2)}.$$

d) Si  $v_1 \ll \sqrt{2gh_1}$  alors la charge s'écrit  $H = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \approx h_1$ .

Par ailleurs, on a montré en II-1-c les relations  $H_C = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q}{Bh_C} \right)^2 + h_C$  et  $h_C = \left( \frac{Q^2}{B^2g} \right)^{1/3}$  que l'on peut appliquer dans la zone de mesure de largeur  $b$  puisque le régime critique y est atteint. On a

alors  $H_C = \frac{1}{2g} \left( \frac{Q^2 B^{4/3} g^{2/3}}{b^2 Q^{4/3}} \right) + \frac{Q^{2/3}}{b^{2/3} g^{1/3}} = \frac{1}{2g^{1/3}} \frac{Q^{2/3}}{b^{2/3}} + \frac{Q^{2/3}}{b^{2/3} g^{1/3}} = \frac{3}{2} \frac{Q^{2/3}}{b^{2/3} g^{1/3}}$ . Comme la charge se

conservé entre les deux zones, on obtient  $h_1 = \frac{3}{2} \frac{Q^{2/3}}{b^{2/3} g^{1/3}}$  d'où  $Q = \left( \frac{2}{3} \right)^{3/2} h_1^{3/2} b g^{1/2}$ .

On a bien la forme proposée car  $\left( \frac{2}{3} \right)^{3/2} = 0,544$ .

On peut écrire  $b = \left( \frac{3}{2} \right)^{3/2} \frac{Q}{\sqrt{h_1^3 g}}$  soit numériquement  $b = \left( \frac{3}{2} \right)^{3/2} \frac{1000/3600}{\sqrt{(50 \times 10^{-2})^3 9,81}} = 46 \text{ cm}$ .

Si  $b$  est trop faible, il faut tenir compte des couches limites au niveau des parois et l'écoulement ne peut plus être considéré comme parfait.

e) Dans le cas d'un jaugeur noyé, il faut mesurer  $h_1$  et  $h_2$  pour déterminer le débit. De plus, celui-ci dépend de  $h_2 - h_1$  alors que  $h_1 \approx h_2$  comme le montre le diagramme de II-2-c. La mesure n'est donc pas très précise.

Dans le cas d'un jaugeur dénoyé, il suffit de mesurer  $h_1$  et l'erreur relative est plus faible car  $h_1 > h_2 - h_1$ .

### Partie III

III-1) Le fluide cède une partie de son énergie cinétique à l'hydrolienne donc sa vitesse diminue :  $v_2 < v_1$ . Comme l'écoulement est incompressible, le débit volumique se conserve ce qui se traduit par  $S_1 v_1 = S_2 v_2$  puisque les vitesses sont uniformes sur chaque section. Alors  $v_2 < v_1$  entraîne  $S_2 > S_1$ . Le tube de courant s'évase.

III-2) La masse volumique est uniforme donc le débit massique s'écrit  $Q_m = \rho S_1 v_1 = \rho S v = \rho S_2 v_2$ .

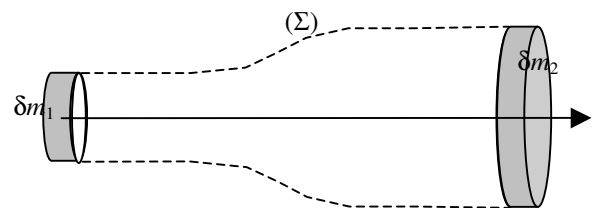
III-3-a) On considère la surface de contrôle  $\Sigma$  fermée et fixe dans le référentiel d'étude représentée ci-contre.

On prend comme système fermé  $\mathcal{O}$ :

- à  $t$ , le fluide contenu dans  $\Sigma$  à cet instant + la masse  $\delta m_1$  entrante entre  $t$  et  $t + dt$  à travers  $S_1$ ; sa quantité de mouvement est

$$\vec{p}_s(t) = \vec{p}(\Sigma, t) + \delta m_1 \vec{v}_1$$

- à  $t + dt$ , le fluide contenu dans  $\Sigma$  à cet instant + la masse  $\delta m_2$  sortant entre  $t$  et  $t + dt$  à travers  $S_2$ ; sa quantité de mouvement est  $\vec{p}_s(t + dt) = \vec{p}(\Sigma, t + dt) + \delta m_2 \vec{v}_2$



Comme l'écoulement est stationnaire, on a  $\vec{p}(\Sigma, t) = \vec{p}(\Sigma, t + dt)$  et  $\delta m_1 = \delta m_2 = Q_m dt$  donc

$\vec{p}_s(t + dt) - \vec{p}_s(t) = Q_m dt (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ . Comme  $\vec{p}_s(t + dt) - \vec{p}_s(t) = \frac{d\vec{p}_s(t)}{dt} dt$  en utilisant un déve-

loppement de Taylor, il vient  $\frac{d\vec{p}_s(t)}{dt} = Q_m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = Q_m (v_2 - v_1) \vec{u}_x$ .

Le système  $\mathcal{O}$  étant fermé, on peut appliquer le théorème de la résultante cinétique

$$\frac{d\vec{p}_s(t)}{dt} = \sum \vec{F}$$

Les forces appliquées au système sont :

- le poids du fluide que l'on néglige ;
- la résultante des forces de pression qui est nulle car la pression est uniforme et égale à  $P_0$  en tout point de  $\Sigma$  ;
- la force exercée par le rotor sur l'eau  $\vec{F}_{r/e}$ .

En reportant, il vient donc  $\vec{F}_{r/e} = Q_m (v_2 - v_1) \vec{u}_x$ .

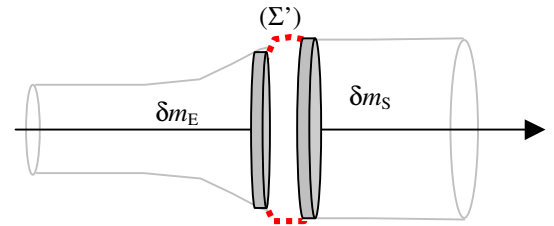
b) Entre les sections (1) et (E) (respectivement (S) et (2)), l'écoulement peut être considéré comme stationnaire. Il est incompressible et parfait. On peut appliquer la relation de Bernoulli. En négligeant la pesanteur, il s'écrit  $P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_E + \frac{1}{2} \rho v_E^2$  (respectivement

$P_S + \frac{1}{2} \rho v_S^2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2$ ). Comme  $v_E = v_S = v$ , il vient  $P_E = P_0 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v^2)$  et

$$P_S = P_0 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v^2)$$

c) On reprend la démonstration de la question III-3-a en considérant la surface fermée  $\Sigma'$  indiquée sur la figure ci-contre.

On obtient  $\frac{d\vec{p}_{S'}(t)}{dt} = Q_m (\vec{v}_S - \vec{v}_E)$ . Comme  $v_E = v_S$ , il reste  $\frac{d\vec{p}_{S'}(t)}{dt} = \vec{0}$ .



Les forces appliquées au système sont :

- le poids du fluide que l'on néglige ;
- la résultante des forces de pression  $(P_E S - P_S S) \vec{u}_x$  car la résultante des forces de pression sur la surface latérale est nulle par symétrie.
- la force exercée par le rotor sur le fluide  $\vec{F}_{r/e}$ .

En reportant, il vient  $\vec{F}_{r/e} = -(P_E - P_S) S \vec{u}_x$ . Comme  $P_E - P_S = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$  d'après la

question précédente, il vient  $\vec{F}_{r/e} = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) S \vec{u}_x$ .

d) Comme  $Q_m = \rho S v$ , l'identification des deux expressions de  $\vec{F}_{r/e}$  conduit à  $\rho S v (v_2 - v_1) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) S$  soit  $v (v_2 - v_1) = \frac{1}{2} (v_2 - v_1) (v_2 + v_1)$  d'où  $v = \frac{1}{2} (v_2 + v_1)$ .

III-4-a) On reprend le système  $\mathcal{S}$  défini à la question III-3-a.

L'énergie mécanique à  $t$  est  $E_{M\mathcal{S}}(t) = E_{C\mathcal{S}}(t) + E_{P\mathcal{S}}(t)$ . On néglige le poids donc la variation de l'énergie potentielle  $E_P$ .

Le bilan d'énergie du système fermé  $\mathcal{S}$  entre  $t$  et  $t + dt$  s'écrit donc  $E_{C\mathcal{S}}(t + dt) - E_{C\mathcal{S}}(t) = (\mathcal{P}_{EXT} + \mathcal{P}_{INT}) dt$  où  $\mathcal{P}_{EXT}$  est la puissance des force extérieures appliquées au fluide et  $\mathcal{P}_{INT}$  la puissance des forces intérieures.

- $\mathcal{P}_{INT} = 0$  car l'écoulement est supposé parfait donc il n'y a pas de force de viscosité ;
- la puissance des forces de pression est  $\mathcal{P}_{PRESSION} = P_0 S_1 \vec{u}_x v_1 \vec{u}_x + (-P_0 S_2 \vec{u}_x) v_2 \vec{u}_x = P_0 S_1 v_1 - P_0 S_2 v_2$  car les forces de pression sur la surface latérale sont perpendiculaires à la vitesse donc ne travaillent pas. Mais la conservation du débit se traduit par  $Q_m = \rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2$  donc il reste  $\mathcal{P}_{PRESSION} = 0$ .

• la puissance  $\mathcal{P}_{r/e}$  reçue par l'eau de la part la force  $\vec{F}_{r/e}$ , donc  $\mathcal{P}_{r/e} = -\mathcal{P}$  puissance reçue (ou fournie à) l'hydrolienne.

Il vient donc  $E_{C\mathcal{S}}(t + dt) - E_{C\mathcal{S}}(t) = -\mathcal{P} dt + P_0 (v_1 - v_2) dt$

Comme  $E_{C\mathcal{S}}(t) = E_C(\Sigma, t) + \frac{1}{2} \delta m_1 v_1^2$  et  $E_{C\mathcal{S}}(t + dt) = E_C(\Sigma, t + dt) + \frac{1}{2} \delta m_2 v_2^2$ , on obtient

$E_{C\mathcal{S}}(t + dt) - E_{C\mathcal{S}}(t) = \frac{1}{2} Q_m dt (v_2^2 - v_1^2)$  car  $E_C(\Sigma, t + dt) = E_C(\Sigma, t)$  et  $\delta m_1 = \delta m_2 dt = Q_m dt$  en régime stationnaire. Le bilan devient donc  $\mathcal{P} = \frac{1}{2} Q_m (v_1^2 - v_2^2)$ .

b) Comme  $Q^* = S v_1$  est le débit **volumique** qui traverserait la surface  $S$  si l'écoulement y possédait la vitesse  $v_1$  (c'est-à-dire en l'absence d'hydrolienne), on peut écrire  $\mathcal{P}^* = \frac{1}{2} \rho v_1^2 Q^*$ . On reconnaît  $\frac{1}{2} \rho v_1^2$  la densité massique d'énergie cinétique du fluide dans ces conditions donc  $\mathcal{P}^*$  est le **débit d'énergie cinétique à travers  $S$  en l'absence d'hydrolienne**.

c) Comme la puissance utile est ici celle **fournie** au rotor par l'écoulement, soit  $\mathcal{P}$  et la puissance « payée » la puissance cinétique de l'écoulement en l'absence d'hydrolienne, on peut définir le rendement par  $\eta^* = \mathcal{P}/\mathcal{P}^*$ . Avec les expressions obtenues précédemment, il vient

$$\eta^* = \frac{\frac{1}{2}\rho S_1 v_1 (v_1^2 - v_2^2)}{\frac{1}{2}\rho S v_1^3} = \frac{S_1 (v_1^2 - v_2^2)}{S v_1^2} = \frac{S_1}{S} \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2}\right). \text{ Mais on sait que } S v = S_1 v_1 \text{ donc } \frac{S_1}{S} = \frac{v}{v_1} \text{ avec}$$

$$\frac{v}{v_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{v_2}{v_1} + 1 \right) \text{ d'après III-3-d. En reportant, on obtient finalement } \eta^* = \frac{1}{2} \left( \frac{v_2}{v_1} + 1 \right) \left( 1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right) \text{ soit, en}$$

$$\text{notant } r = v_2/v_1 < 1, \eta^* = \frac{1}{2}(1+r)(1-r^2) \text{ ou encore } \eta^* = \frac{1}{2}(1+r)^2(1-r) \text{ car } 1-r^2 = (1+r)(1-r).$$

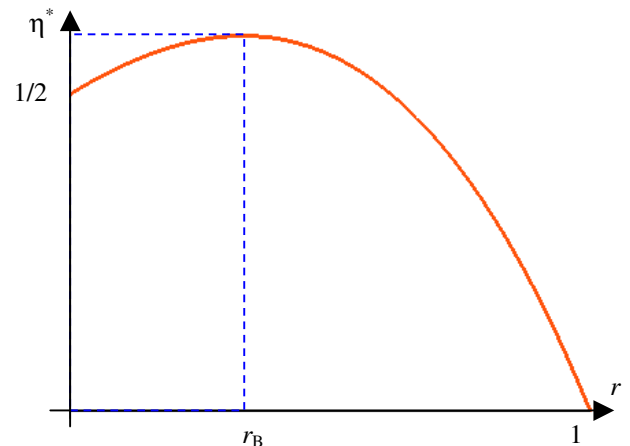
d)  $r$  varie entre 0 et 1. On calcule facilement  $\eta^*(0) = 1/2$  et  $\eta^*(1) = 0$ .

La dérivée  $\frac{d\eta^*}{dr} = \frac{1}{2}((1-r^2) - 2r(1+r))$   
 $= \frac{(1+r)}{2}((1-r) - 2r) = \frac{1}{2}(1+r)(1-3r)$  s'annule seulement en  $r_B = 1/3$  dans le domaine de définition.

$$\text{On a alors } \eta_B^* = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{3} \right) \left( 1 - \frac{1}{9} \right) = \frac{16}{27} = 0,6.$$

La courbe passe donc par un maximum en  $r_B$ .

e)  $r$  grand correspond à une vitesse  $v_2$  grande donc une petite baisse de la puissance cinétique du fluide. Le rotor ne récupère que peu de puissance et le rendement baisse.



Si  $r = 1$  (pour lequel  $v_2 = v_1$ ), il n'y a pas de puissance récupérée.

$r$  faible correspond à une vitesse en sortie  $v_2$  faible. La relation III-3-d montre qu'alors  $v \approx \frac{1}{2} v_1$ . La puissance récupérée par le rotor est alors égale à la moitié de la puissance disponible.

La limite de Betz correspond à  $r_B = 1/3$  pour lequel  $\eta^* = 60\%$ .

III-5-a) L'élargissement de la section du tube de courant nécessite que la vitesse possède une composante perpendiculaire à l'axe ce qui n'est pas le cas si l'on suppose la vitesse seulement axiale. C'est le cas en particulier au niveau du rotor où le mouvement des pales perturbe l'écoulement, en particulier par la formation de tourbillons qui consomment une partie de la puissance cinétique. Faire l'hypothèse d'une vitesse axiale revient à négliger ces pertes.

b) Entre (E) et (S), l'écoulement n'est pas stationnaire car les pales du rotor ne sont pas toujours à la même position. De plus, le rotor exerce des forces autres que la force de pesanteur ou de pression dynamique. Les hypothèses de la relation de Bernoulli ne sont donc pas vérifiées.

c) La vitesse  $v_2$  (donc le rapport  $r$ ) dépend du nombre, de la forme des pales et de leur angle d'incidence qui modifie traînée et portance (donc puissance transmise au rotor).

III-6-a) Par définition, le nombre de Reynolds est  $R_E = \frac{LU}{\eta/\rho}$ . On prend comme longueur ca-

ractéristique la largeur d'une pale de l'ordre de quelques dizaines de centimètres : on prend  $L = 10$  cm ; la vitesse de l'écoulement de l'eau de l'ordre de quelques  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  : on choisit  $U = 1$   $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Avec  $\rho = 1000$   $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  et  $\eta = 10^{-3}$   $\text{Pa}\cdot\text{s}$ . On obtient  $R_E \approx 10^5$ . L'écoulement est turbulent.

b) Dans ce type de régime, la force de traînée s'écrit  $F = \frac{1}{2} C_x \rho U^2 S$ . En régime turbulent, les forces de viscosité n'interviennent pas donc la viscosité  $\eta$  n'apparaît pas dans la relation. La

traînée est due à la forme de l'obstacle, ce qui se traduit par la présence de  $S$  et de  $C_x$ , et à la pression dynamique  $(1/2)\rho U^2$ .

Le coefficient de traînée  $C_x$  est un terme correctif qui rend compte de la forme de l'obstacle. Il est voisin de 1.

III-7) extrait de <http://encyclopedie-energie.org/articles/les-hydroliennes>

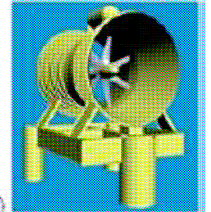
Les hydroliennes possèdent essentiellement trois avantages sur les éoliennes : leur **discretion**, leur **compacité** et la **prédictibilité** de leur production. Cependant, il faut avoir en tête que la ressource hydrolienne est bien moins importante que la ressource éolienne (près de deux ordre de grandeur).

Même si la plus puissance hydrolienne du monde (1,2 MW, double turbine) est montée sur un pieu comme une éolienne off-shore, de nombreux développeurs proposent aujourd'hui des concepts complètement immergés. Ainsi, la discrétion visuelle est assurée, au moins pour les humains. Pour ce qui est de l'émission sonore d'un parc sous l'eau, elle est évaluée comme équivalente à celle d'un gros navire.

La relation  $\mathcal{P} = 1/2 C_p \rho S V^3$  montre que la puissance d'une turbine est proportionnelle à la masse volumique du milieu  $\rho$  et au cube de la vitesse du courant  $V$  ( $C_p$  étant le coefficient de puissance et  $S$  la section de l'aire balayée par les pales de la turbine). En prenant  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  pour l'eau et  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $1.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  pour l'air, on montre qu'une même puissance est obtenue dans l'eau avec un rotor de **dimension réduite** d'un facteur 3 par rapport à l'air. Par exemple, 1 MW obtenu avec un rotor de 50 m de diamètre dans l'air est obtenu avec un rotor de 18 m dans l'eau. Ceci conduit à des équipements **plus légers** qui devraient se révéler **moins coûteux**. À titre d'exemple, l'éolienne E-126 (1,2 MW pour 3 750 tonnes) produit 1,9 kW par tonne alors que l'hydrolienne MCT Seagen (1 200 kW pour 390 tonnes) produit 3 kW par tonne et la turbine Hamnerfest Ström (300 kW pour 107 tonnes) produit 2,8 kW par tonne.

Outre la raison purement hydrodynamique, la compacité d'une hydrolienne vient aussi de ses conditions d'exploitation : une hydrolienne est en effet dimensionnée pour exploiter la **vitesse quasi-maximum du courant** (les événements exceptionnels comme les crues et les grandes marées ne donnent pas lieu à des vitesses bien plus fortes) ; en comparaison, l'éolienne n'exploite le vent que jusqu'à  $90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  tandis que sa structure doit résister à des vents de  $300 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

La compacité des hydroliennes facilite l'introduction de **dispositifs de carénages** qui sont des structures fixes disposées en périphérie du rotor pour en augmenter la puissance. Ces carénages créent un effet d'entonnement qui augmente le débit passant dans le rotor. De plus, la traînée exercée par le fluide sur le carénage se traduit par une dépression à la sortie de celui-ci qui est à l'origine du phénomène d'aspiration.



La prédictibilité de la production d'une hydrolienne vient du fait que les courants de rivières et des marées sont parfaitement connus et possèdent un caractère régulier dont le vent est démuné. Les courants de rivières sont constants à l'échelle de la journée (en dehors des événements de crue) et les courants marémoteurs fluctuent sinusoïdalement sur une période de 12h environ (sur les cotes européennes). La gestion de la production d'électricité est par conséquent facilitée par rapport aux éoliennes, sans pour autant que l'on puisse éluder la question du stockage : pour la rivière, la sécheresse ou la crue sont des événements empêchant la production ; pour les marées, l'étale est aussi une période non productive.