

THERMODYNAMIQUE, DIFFUSION THERMIQUE

EXTRAIT DE CENTRALE TSI 2016

I.A.1-a) On considère un morceau de fluide assez petit pour être considéré comme homogène à chaque instant. Il reçoit algébriquement les énergies Q_C , Q_F et W . Entre deux états, le premier principe s'écrit $U_2 - U_1 = Q_C + Q_F + W$.

En prenant les états 1 et 2 au début et à la fin d'un cycle, il reste $Q_C + Q_F + W = 0$.

Le premier principe ne dépend pas du type de transformation, cette écriture ne dépend pas du caractère réversible ou non de la transformation.

b) On applique le deuxième principe au même système : $S_2 - S_1 = S_C + S_F + S_{IRR}$ où S_C (resp. S_F) est l'entropie échangée avec la source chaude (resp. froide). Comme la température des sources est constante, on peut écrire $S_C = \int_1^2 \frac{\delta Q_C}{T_C} = \frac{1}{T_C} \int_1^2 \delta Q_C = \frac{Q_C}{T_C}$ et $S_F = \frac{Q_F}{T_F}$.

Sur un cycle, on a $S_2 = S_1$ et il vient $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_{IRR} = 0$. Si la transformation est réversible, on a $S_{IRR} = 0$.

I.A.2-a) En recevant du travail ($W > 0$), la machine permet d'assurer un sens des échanges thermiques contraire à celui que l'on aurait spontanément, la source chaude vers la source froide. On obtient donc $Q_C < 0$ et $Q_F > 0$.

b) Le premier principe conduit à $-Q_C = Q_F + W$. Comme Q_F et W sont des scalaires positifs, on peut écrire $|Q_C| = Q_F + W$ puis $|Q_C| > Q_F$. Grâce au travail du compresseur, la machine fournit plus d'énergie thermique à la source chaude qu'elle n'en prélève à la source froide.

I.A.3-a) Dans un réfrigérateur, l'énergie « utile » est celle prélevée à la source froide donc on définit l'efficacité par $\eta_{FC} := \frac{Q_F}{W} = \frac{Q_F}{-Q_F - Q_C}$ d'après le premier principe. D'après le second principe, on a $Q_C = -\frac{T_C}{T_F} Q_F$ puisque les transformations sont réversibles. Il vient donc

$$\eta_{FC} = \frac{1}{-1 - Q_C / Q_F} \quad \eta_{FC} = \frac{1}{-1 + T_C / T_F} \quad \text{soit} \quad \eta_{FC} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

b) A.N. $\eta_{FC} = \frac{273}{299 - 273} = 10,5$.

c) Pour un réfrigérateur classique l'efficacité est de l'ordre de 3 ou 4 ce qui est bien inférieur à l'efficacité calculée précédemment.

I.A.4-a) Dans un dispositif de chauffage, l'énergie utile est $|Q_C|$ donc $\eta_{CC} := \frac{|Q_C|}{W} = \frac{-Q_C}{-Q_F - Q_C}$

$$= \frac{-Q_C / Q_F}{-1 - Q_C / Q_F} = \frac{T_C / T_F}{-1 + T_C / T_F} \quad \text{soit} \quad \eta_{CC} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

b) A.N. $\eta_{FC} = \frac{299}{299 - 273} = 11,5$. Cette efficacité (théorique) est un peu plus grande que celle du réfrigérateur mais du même ordre car le terme principal est la différence $T_C - T_F$ qui apparaît au dénominateur dans les deux expressions. Le rapport $\frac{\eta_{FC}}{\eta_{CC}} = \frac{T_F}{T_C}$ est proche de 1.

I.B.1-a) On considère comme système thermodynamique la masse m_e d'eau de la source froide qui évolue pendant dt . Elle évolue de manière isobare donc le premier principe s'écrit $dH_{\Sigma F} = \delta Q_{\Sigma F}$. Dans le modèle « phase condensée », on peut écrire $dH_{\Sigma F} = m_e c_e dT_F$.

Comme $\delta Q_F = -\delta Q_{\Sigma F}$, il reste $\delta Q_F = -m_e c_e dT_F$.

b) De la même façon, on obtient $\delta Q_C = -m_e c_e dT_C$ car la masse d'eau de la source chaude est la même que dans la source froide.

c) On considère comme système thermodynamique la quantité de fluide qui reçoit les énergies δQ_C et δQ_F .

En considérant que ce système effectue un cycle de manière réversible, le deuxième principe s'écrit ici $0 = \frac{\delta Q_C}{T_C} + \frac{\delta Q_F}{T_F}$. On en déduit la relation $\frac{-m_e c_e dT_C}{T_C} + \frac{-m_e c_e dT_F}{T_F} = 0$ puis $\frac{dT_C}{T_C} + \frac{dT_F}{T_F} = 0$

I.B.2-a) Puisque l'on a $Q_C < 0$ et $Q_F < 0$ dans ce type de machine, la source chaude reçoit de l'énergie et sa température augmente (en l'absence de changement d'état) pendant que la source froide perd de l'énergie et sa température diminue (en l'absence de changement d'état), ce que l'on observe effectivement sur les courbes.

L'équation $\frac{dT_C}{T_C} + \frac{dT_F}{T_F} = 0$ s'intègre en $\ln\left(\frac{T_C(t)}{T_0}\right) + \ln\left(\frac{T_F(t)}{T_0}\right) = C$ soit $\ln\left(\frac{T_C(t)T_F(t)}{T_0^2}\right) = C$ d'où $\sqrt{T_C(t)T_F(t)} = Cte$ ce que l'on observe effectivement sur la courbe.

b) Pour $t > 1500$ s, on observe que la température $T_F \approx 273$ K. Il se produit donc la solidification de l'eau liquide en glace. L'eau du seau subit la variation d'enthalpie $dH_F = -m_e \ell_{FUS}$ où ℓ_{FUS} est la **chaleur latente massique de fusion de l'eau**. La transformation est isobare donc $dH_F = \delta Q_{\Sigma F} = -\delta Q_F$. On peut donc écrire $\delta Q_F = m_e \ell_{FUS}$.

I.B.3-a) En notant δW le travail reçu par la petite quantité de fluide considérée précédemment pendant un cycle, on peut écrire le premier principe $\delta Q_C + \delta Q_F + \delta W = 0$. L'efficacité théorique s'écrit alors $\eta_T = \frac{\delta Q_C}{\delta Q_C + \delta Q_F} = \frac{m_e c_e dT_C}{m_e c_e dT_C + m_e c_e dT_F} = \frac{dT_C}{dT_C - \frac{T_F}{T_C} dT_C}$ d'où $\eta_T = \frac{T_C}{T_C - T_F}$. On reconnaît l'expression obtenue précédemment pour des sources à températures constantes.

En multipliant par T_C en haut et en bas, on obtient $\eta_T = \frac{T_C^2}{T_C^2 - T_F T_C}$.

On a montré $\sqrt{T_C(t)T_F(t)} = Cte$ soit $\sqrt{T_C(t)T_F(t)} = T_0$ puisque la relation est vraie en particulier en $t = 0$. En reportant, on obtient $\eta_T = \frac{T_C^2}{T_C^2 - T_0^2}$

b) La figure 6 montre que ΔT augmente avec le temps donc η_T diminue d'après la relation indiquée, ce que l'on observe effectivement sur la figure.

Pour t voisin de 0, on a $\Delta T \ll T_0 = \sqrt{T_C(t=0)T_F(t=0)}$ donc $\frac{T_0}{\Delta T} \gg 1$ et $\eta_T \underset{t=0}{\sim} \frac{T_0}{\Delta T}$. Par ailleurs, on a $\Delta T \underset{t=0}{\sim} at$ d'après la figure 6 donc $\eta_T \underset{t=0}{\sim} \frac{T_0}{at}$ ce qui correspond à l'allure hyperbolique de la courbe de la figure 6.

Pour $t > 1500$ s, on a par contre $T_C \approx bt$ et $\Delta T \approx bt$: les pentes des deux courbes sont presque identiques. On a donc $\eta_T \approx \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} \approx 1,6$. La courbe de la figure 6 montre bien que e est très faible et pratiquement constant.

I.B.4) Soit le système constitué du cylindre de hauteur H , de rayon intérieur r et de rayon extérieur $r + dr$. La transformation est isobare donc on peut écrire le premier principe sous la forme $dH = \delta Q$;

Le milieu est solide donc l'expression de dH est $dH = \rho_E c_E \delta V dT$ avec $\delta V = 2\pi r H dr$ le volume du système. et $dT = \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} dt$.

L'échange thermique n'est dû qu'au phénomène de diffusion thermique à travers les surfaces de rayon r et $r + dr$ soit, en notant $J_Q(r, t)$ la densité de flux thermique,

$$\delta Q = J_Q(r, t) 2\pi r H dt - J_Q(r + dr, t) 2\pi(r + dr) H dt = 2\pi H (f(r, t) - f(r + dr, t)) dt$$

en notant $f(r, t) = J_Q(r, t) r$.

Avec un développement de Taylor au premier ordre, on obtient $f(r, t) - f(r + dr, t) = -\frac{\partial f(r, t)}{\partial r} dr$.

En reportant, il vient $\rho_E c_E 2\pi r H dr \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} dt = -\frac{\partial(r J_Q(r, t))}{\partial r} dr 2\pi H dt$ soit, après simplification, $\rho_E c_E r \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = -\frac{\partial(r J_Q(r, t))}{\partial r}$.

La loi de Fourier s'écrit ici $\vec{J}_Q = -\lambda_E \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ (où le gradient traduit le fait que le transfert thermique existe si la température n'est pas uniforme et le signe $-$ traduit que le transfert thermique se fait des fortes vers les faibles températures). Comme T ne dépend spatialement que de r donc \vec{J}_Q s'écrit $\vec{J}_Q = -\lambda_E \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} e_r$.

En reportant, on obtient
$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial t} = \frac{\lambda_E}{\rho_E c_E} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right)$$
.

I.B.5) En notant τ la durée caractéristique et R' la distance caractéristique du transfert, on peut poser $t^* = \frac{t}{\tau}$ et $r^* = \frac{r}{R'}$. L'équation devient $\frac{1}{\tau} \frac{\partial T(r, t)}{\partial t^*} = \frac{\lambda_E}{\rho_E c_E} \frac{1}{R' r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(R' r^* \frac{\partial T(r, t)}{R' \partial r^*} \right)$

ou encore $\frac{\partial T(r, t)}{\partial t^*} = \frac{\lambda_E}{\rho_E c_E} \frac{\tau}{R'^2} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T(r, t)}{\partial r^*} \right)$. τ correspond à la distance R' si $\frac{\partial T(r, t)}{\partial t^*}$ est du

même ordre que $\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T(r, t)}{\partial r^*} \right)$. Cela impose $\frac{\lambda_E}{\rho_E c_E} \frac{\tau}{R'^2} \approx 1$ ou encore $\tau \approx \frac{\rho_E c_E}{\lambda_E} R'^2$.

A.N. $\tau \approx \frac{1000(4,2 \times 10^3)}{0,6} (4 \times 10^{-2})^2 \approx 1,12 \times 10^4$ s soit 3h 7min.

Il faut donc une longue durée pour que l'ensemble de l'eau du seau cède ou reçoive un transfert thermique de la part du cuivre par diffusion. Pour améliorer ces transferts, il est donc indispensable d'agiter le fluide et produire un phénomène de convection. Par ailleurs, en homogénéisant la température, cela évite que l'eau gèle trop rapidement au contact du cuivre.

II.A.1) Le seau de gauche correspond au point 6. Sur la figure 9, on constate que la température θ_6 tend vers 0°C puis reste constante à cette valeur. L'eau du seau est donc gelée à partir de $t = 21$ min.

II.A.2) Cette double graduation permet de connaître la température du changement d'état associé à la pression qui est mesurée. On peut donc savoir rapidement si le fluide est à l'état gazeux ou liquide si l'on a une autre mesure de température indépendante.

II-A.3) On envisage un morceau de conduite parcouru par le fluide.

On considère une surface fermée Σ , fixe par rapport à la conduite.

Le système \mathcal{D} est :

- à t , le fluide contenu dans Σ à cet instant + la masse δm_E qui entre dans Σ entre t et $t + dt$;
- à $t + dt$, le fluide contenu dans Σ à cet instant + la masse δm_S qui sort de Σ entre t et $t + dt$.

Ce système étant fermé, on peut appliquer le premier principe :

$$[U_{\mathcal{D}}(t + dt) + E_{C\mathcal{D}}(t + dt) + E_{P\mathcal{D}}(t + dt)] - [U_{\mathcal{D}}(t) + E_{C\mathcal{D}}(t) + E_{P\mathcal{D}}(t)] = \delta Q + \delta W.$$

L'énergie interne est extensive donc on peut écrire : $U_{\mathcal{D}}(t + dt) = U_{\Sigma}(t + dt) + \delta m_S u_S$ et $U_{\mathcal{D}}(t) = U_{\Sigma}(t) + \delta m_E u_E$. En régime stationnaire, on a $U_{\Sigma}(t + dt) = U_{\Sigma}(t)$ et $\delta m_S = \delta m_E$ noté δm .

Il reste donc $U_{\mathcal{D}}(t + dt) - U_{\mathcal{D}}(t) = (u_S - u_E)\delta m$.

De même, on obtient $E_{C\mathcal{D}}(t + dt) - E_{C\mathcal{D}}(t) = (e_{CS} - e_{CE})\delta m = \Delta e_C \delta m$ et $E_{P\mathcal{D}}(t + dt) - E_{P\mathcal{D}}(t) = (e_{PS} - e_{PE})\delta m = \Delta e_P \delta m$. En notant que l'énergie potentielle massique de pesanteur est gz si l'on note l'altitude z , on obtient $E_{C\mathcal{D}}(t + dt) - E_{C\mathcal{D}}(t) = \Delta(gz) \delta m$.

Le travail des forces de pression s'écrit $p_E \delta V_E - p_S \delta V_S = \frac{p_E}{\rho} \delta m - \frac{p_S}{\rho} \delta m$. En notant w_i le travail massique des autres forces et q_E l'énergie thermique massique, il vient

$$(u_S - u_E)\delta m + \Delta e_C \delta m + \Delta(gz) \delta m = \frac{p_E}{\rho} \delta m - \frac{p_S}{\rho} \delta m + w_i \delta m + q_E \delta m$$

d'où $\left(u_S + \frac{p_S}{\rho}\right) - \left(u_E + \frac{p_E}{\rho}\right) + \Delta e_C + \Delta(gz) = w_i + q_E$. On reconnaît l'enthalpie massique

$$h = u + \frac{p}{\rho} \text{ et il vient } \Delta h + \Delta e_C + \Delta(gz) = w_i + q_E$$

II.A.4-a) On peut supposer une transformation adiabatique si elle est de durée brève devant la constante de temps des échanges thermiques ou si la paroi du détendeur est bien calorifugée.

b) Le détendeur ne contient pas de parties mobiles donc $w_i = 0$, de plus la transformation est adiabatique donc $q = 0$. Le premier principe pour un système ouvert permet alors de dire que l'**enthalpie massique est conservée** (c'est comme une détente de Joule-Thomson)

II.A.5-a) Le compresseur est un organe mécanique. Il n'y a donc pas contact avec une source thermique. On peut reprendre l'argument de la brièveté de la transformation qu'y subit le fluide pour assurer son **adiabacité**. Par ailleurs, si l'on néglige les frottements, on peut considérer que la transformation est **réversible**. Une transformation adiabatique et réversible est **isentropique**.

b) Cette fois, le premier principe des système en écoulement conduit à $h_2 - h_1 = w_{i12}$.

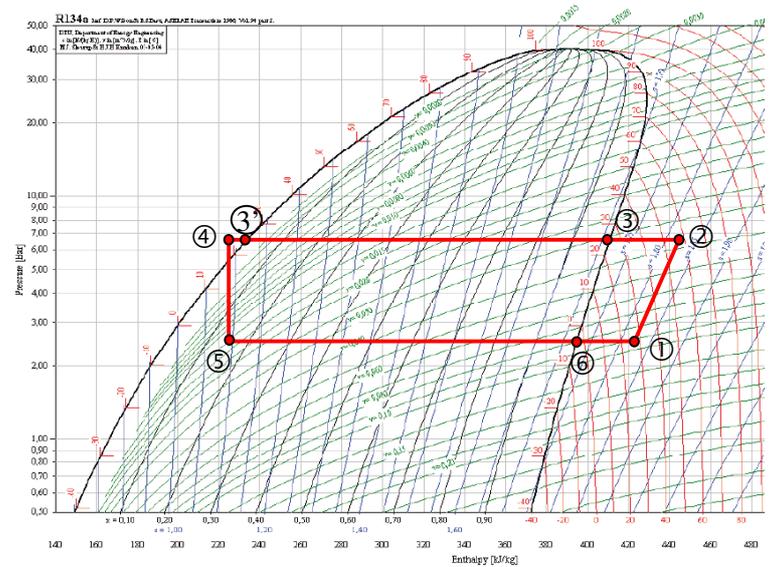
A.N. $h_2 - h_1 = 430 - 408 = 22 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Ce travail est bien positif : il est effectivement reçu par l'unité de masse de fluide pris comme système.

II.B.1) Dans le domaine de la phase liquide les isothermes sont des droites verticales car on a $h_F - h_l = c(T_F - T_l)$ puisque l'effet de la pression est négligeable sur les liquides.

Dans le domaine de la vapeur sèche loin de la courbe de saturation, les isothermes sont presque des droites verticales, mais ne le sont pas exactement car la vapeur sèche n'est pas assimilable à un gaz parfait donc on n'a pas exactement $h = c_p T + \text{Cte}$. Ces isothermes sont en rouge sur le diagramme.

Enfin dans le domaine du système diphasé, à pression fixée la température est également fixée donc les isothermes sont des droites horizontales.

II.B.2) On connaît la pression et l'enthalpie massique de tous les points sauf le 5 mais on a vu que l'enthalpie se conserve pendant la transformation 4 \rightarrow 5 donc $h_5 = h_4$. Il est alors facile de placer les points.



II.B.3-a) On imagine un chemin réversible entre A et B. Alors, le deuxième principe s'écrit $S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$. Le changement d'état est une transformation isobare donc le premier principe peut s'écrire $dH = \delta Q$. Cette transformation est également isotherme. Il vient donc $S_B - S_A = \frac{1}{T} \int_A^B dH$ d'où $S_B - S_A = \frac{H_B - H_A}{T}$ ou encore, en grandeurs massiques

$$\Delta s_{AB}(T) = \frac{\Delta h_{AB}(T)}{T}$$

b) Les données permettent d'appliquer la relation à la vaporisation. Pour $T = 299 \text{ K}$, on lit $\Delta h_{AB} = h_{3'} - h_3$ soit numériquement $\Delta h_{AB}(299) = 412 - 233 = 179 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $\Delta s_{AB} = s_{3'} - s_3$ soit numériquement $\Delta s_{AB}(299) = 1,72 - 1,13 = 0,59 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

On vérifie $\Delta h_{AB}(299)/T = 179 \times 10^3 / 299 = 0,60 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ce qui est bien $\Delta s_{AB}(299)$ à 1% près.

c) Sur le graphique, on lit $\Delta h_{\text{VAP}}(273) = h_{\text{VAP}}(273) - h_{\text{LIQ}}(273) = 396 - 200 = 196 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Ce qui est bien plus faible que celle de l'eau (environ $2 \times 10^3 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$). C'est pour cette valeur faible que ce composé (facile à vaporiser) est choisi comme fluide réfrigérant.

II.B.4) On peut utiliser le théorème des moments : $x_5 = \frac{h_5 - h_{\text{LIQ}}(273)}{h_{\text{VAP}}(273) - h_{\text{LIQ}}(273)}$ soit numériquement

$x_5 = \frac{226 - 200}{196} = 0,13$ car on a vu $h_5 = h_4 = 226 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

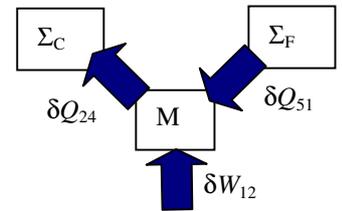
II.C) Le piston est entraîné par le moteur. On remarque que le piston fait un aller-retour par tour de moteur, il y a donc $N = 2800$ aller-retour par minute. Or pendant un aller-retour le piston comprime le volume équivalent à la cylindrée noté V_C . Donc $D_m = N \cdot \rho V_C / 60$

À l'entrée du compresseur $\rho = 1/v = 1/0,073 = 13,7 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ d'après le tableau 2 et $V_C = 3,13 \text{ cm}^3$. On obtient donc $D_m = 2800 \cdot 13,7 \cdot 3,13 \times 10^{-6} / 60 = 2,0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

II.D.1) On connaît le travail massique w_{i12} reçue par le fluide de la part du compresseur. La masse $\delta m = D_m dt$ qui traverse une section de tubulure pendant dt reçoit donc le travail $\delta W_{12} = w_{i12} D_m dt$. Or le travail électrique consommé est $\delta W_{\text{ELEC}} = \mathcal{P} dt$ Le rendement du compresseur $r = \delta W_{12} / \delta W_{\text{ELEC}}$ est donc $r = \frac{w_{i12} D_m}{\mathcal{P}}$. A.N. $r = \frac{22 \times 10^3 \cdot 2,12 \times 10^{-3}}{110} = 0,42$.

Ce rendement paraît faible pour un moteur électrique mais dans le compresseur, il y a des pièces mécaniques mobiles qui entraîne des pertes thermiques.

II.D.2-a) L'utilisation comme chauffage impose que le fluide caloporteur reçoit de l'énergie thermique de la source froide (air extérieur) et en cède à la source chaude (intérieur de la maison). Le fluide reçoit de plus un travail de la part du compresseur.



On peut schématiser les échanges par :

b) L'énergie « utile » est δQ_{24} et l'énergie « payée » δW_{12} donc on définit

l'efficacité de la machine par $\eta_c = \frac{|\delta Q_{24}|}{\delta W_{12}} = \frac{|q_{24}|}{w_{12}} \dots$

c) A.N. $\eta_c = \frac{(430 - 226) \times 10^3}{22 \times 10^3} = 9,3$. L'efficacité de Carnot est ici $\eta_{cc} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$ soit numé-

riquement $\eta_{cc} = \frac{299}{299 - 273} = 11,5$ qui est effectivement supérieure.

d) La désurchauffe et le sous-refroidissement permettent d'élargir les paliers horizontaux du cycle dans le diagramme c'est-à-dire d'augmenter les variations d'enthalpie correspondants aux échanges thermiques. Ces deux étapes permettent donc d'augmenter le rendement du dispositif en augmentant l'énergie fournie à la source chaude.

De plus, la désurchauffe $2 \rightarrow 3$ est imposée par la surchauffe $6 \rightarrow 1$ qui permet d'avoir une vapeur sèche (c'est-à-dire absolument débarrasser de toute trace de liquide) dans le compresseur et donc un meilleur fonctionnement de celui-ci (et moins de corrosion) ?

e) Si l'on tient compte du rendement du compresseur, on a $\eta = \eta_c \times r$ soit numériquement $\eta = 3,9$. On obtient une valeur de l'ordre de celles réellement observées.

Conclusion : le COP d'une PAC est fortement dépendant du rendement du compresseur.